ISSN 2231-4057

ଅଭିନବ

ଗଣିତ ବିଚିତ୍ର

ABHINABA GANITA BICHITRA

BILINGUAL - ଦ୍ୱିଭାଷୀ

ଭାଗ - ୪୨ : Part - 42; ସଂଖ୍ୟା - ୨ୟ, ୩ୟ/ Issue-2nd, 3rd; ମାସ-ଜୁନ୍-ସେପ୍ଟେମ୍ବର : ବର୍ଷ : ୨୦୨୪ /June-Sept., 2024

ଗଣିତ ଓ ପ୍ରୟୋଗ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ (IMA)

ବିଜ୍ଞାନ ଓ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟା ବିଭାଗ, ଓଡ଼ିଶା ସରକାରଙ୍କ ସୌଜନ୍ୟରେ
ଓଡ଼ିଶା ଗଣିତ ସଂସଦ ତଥା ଗଣିତ ଓ ପ୍ରୟୋଗ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ

ଅଭିନବ ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା

ପ୍ରକାଶକ : ଗଣିତ ଓ ପ୍ରୟୋଗ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ, ଭୁବନେଶ୍ୱର ଏବଂ
ଓଡିଶା ଗଣିତ ସଂସଦ, ଉତ୍କଳ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ, ବାଣୀ ବିହାର, ଭୁବନେଶ୍ୱର
ରେଜିଷ୍ଟ୍ରେସନ.ନଂ – ୭୨୦୩/୨୦୨ – ୧୯୭୩-୭୪

ଲିପି ସଂଯୋଜନ : ଗ୍ରାଫ୍ ଏନ୍ ଗ୍ରାଫିକ୍ସ, ଓଡ଼ିଆ ବଜାର, କଟକ-୧, ମୋ. ୭୯୭୮୪୩୮୯୨୯
ମୁଦ୍ରଣ : ଶାରଳା ପ୍ରିଣ୍ଟର୍ସ, ମାନସିଂହପାଟଣା, ମସ୍ତରାମ ମଠ ଲେନ୍, କଟକ -୭୫୩୦୦୮
ବିତରକ : ୧. ଦି ବୁକ୍ ପଏଣ୍ଟ, ପଠାଣି ସାମନ୍ତ ପ୍ଲାନେଟାରିଅମ୍, ଆଚାର୍ଯ୍ୟବିହାର, ଭୁବନେଶ୍ୱର
୨. ଏ.କେ.ନାୟକ, ପୁରୁଣା ବସ୍‌ଷ୍ଟାଣ୍ଡ, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଯୋଗାଯୋଗ : ୧. ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ,ଏ-୧୦୧, ବିଶାଲ୍ ରେସିଡେନ୍ସି, ଶ୍ରୀରାମ ନଗର, ଓଲ୍ଡ ଟାଉନ୍,
୨. ଡକ୍ଟର ତ୍ରୈଲୋକ୍ୟ ପାଣିଗ୍ରାହୀ, ଆଇ.ଏମ୍.ଏ., ଅନ୍ଧାରୁଆ, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ମୂଲ୍ୟ : ୨୦ ଟଙ୍କା

E-mail : nilamberbiswal8@gmail.com

ଅଭିନବ
ଗଣିତ ବିଚିତ୍ର

Estd. 1972

ABHINABA GANITA BICHITRA

ଭାଗ- ୪୨: Part - 42; ସଂଖ୍ୟା- ୨ୟ,୩ୟ/ Issue - 2nd, 3rd; ମାସ- ଜୁନ୍-ସେପ୍ଟେମ୍ବର : ବର୍ଷ: ୨୦୨୪ /Month- June- Sept, 2024

ବିଜ୍ଞାନ ଓ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟା ବିଭାଗ, ଓଡିଶା ସରକାରଙ୍କ ସୌଜନ୍ୟରେ ଓଡିଶା ଗଣିତ ସଂସଦ ତଥା ଗଣିତ ଓ ପ୍ରୟୋଗ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ତ୍ରୈମାସିକୀ [QUATERLY] (ଦ୍ୱିଭାଷୀ-BILINGUAL)

ସୂଚୀ

କ୍ର.ନଂ.	ବିଷୟ	ବିରଚନ	ପୃଷ୍ଠା
୧.	ସମ୍ପାଦକୀୟ	ଶ୍ରୀ ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ	୩
୨.	'ଫର୍ମାଙ୍କ ଶେଷ ପ୍ରମେୟ' ଚାରିଶହ ବର୍ଷ ଧରି ପ୍ରମାଣଟିଏର ଅପେକ୍ଷାରେ ଅଛି	ଶ୍ରୀ ରାମଶଙ୍କର ରଥ	୪
୩.	ବୃତ୍ତର ସ୍ପର୍ଶକ	ଶ୍ରୀ ମାନସ ମିଶ୍ର	୧୦
୪.	ପ୍ରଫେସର ମହେନ୍ଦ୍ର ନାଥ ମିଶ୍ରଙ୍କ ସ୍ମରଣେ	ପ୍ରଫେସର ଗୋକୁଳାନନ୍ଦ ଦାସ	୧୨
୫.	କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ	ଇଂ ମାୟାଧର ସ୍ୱାଇଁ	୧୪
୬.	Some Special Sequences	Sj. Rajani Kanta Mishra	୧୬
୭.	ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ପଥ	ଶ୍ରୀ କ୍ଷେତ୍ରବାସୀ ଦାସ	୨୩
୮.	Math is Poetry	Sj. Prasanta Kumar Mahapatra	୩୦
୯.	What is Real & How Does Complex come into Picture?	Sri Jayaprakash Gupta	୩୧
୧୦.	ପିଲାବେଳ ସଂଖ୍ୟାଖେଳ	ଶ୍ରୀ ସରୋଜ କୁମାର ମହାନ୍ତି	୩୨
୧୧.	ପାଠକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର	ଉତ୍ତର : ବିନମ୍ର ମହାନ୍ତି	୩୬
୧୨.	ମୁଁ ଗଣିତ !	ଡଃ. ଅଶ୍ୱିନୀ କୁମାର ରାଉତ	୩୭
୧୩.	ଅଜାଙ୍କ ଅଙ୍କ ଜ୍ଞାନ-୧	ଶ୍ରୀ ସିଦ୍ଧେଶ୍ୱର ବେହେରା	୩୯
୧୪.	ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା	ଡଃ. ନଳିନୀକାନ୍ତ ମିଶ୍ର	୪୧
୧୫.	ଫୁଲ ବଗିଚାରେ ଗଣିତ	ଶ୍ରୀ ଜଗନ୍ନାଥ ପ୍ରସାଦ ଦେବତା	୪୬
୧୬.	ସମାଧାନ: ଜୁନିଅର ମ୍ୟାଥମାଟିକାଲ ଅଲମ୍ପିଆଡ୍ -୨୦୨୩	Prepared by : P. K.Sahoo	୪୯
୧୭.	ପୁସ୍ତକ ସମୀକ୍ଷା : ଗଣିତର ବିସ୍ମୟ	ସମୀକ୍ଷକ : ଡକ୍ଟର ତ୍ରିଲୋଚନ ବିଶ୍ୱାଳ	୫୬

=======

ସଂପାଦକୀୟ......

ପାଠକୀୟ ବିବଶତା

'ଓଡିଶା ଗଣିତ ସଂସଦ'ର ମୁଖପତ୍ର 'ଅଭିନବ ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା'ର ପାଠକୀୟ ଆଦୃତି ବିଗତ କିଛି ବର୍ଷଧରି ବେଶ ବାରିହୋଇ ପଡୁଥିଲା । ଓଡିଆ ଭାଷାରେ ପ୍ରକାଶିତ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ କିସମର ପତ୍ରପତ୍ରିକା ମଧ୍ୟରେ ଏହାର କାଟତି ଆଖି ଦୃଶିଆ ଥିଲା । ମାତ୍ର ଏବେ ସେହି ପାଠକୀୟ ପ୍ରାବଲ୍ୟରେ ଭଟ୍ଟା ପଡିଛି । କାରଣ, ବିଗତ କରୋନା ବ୍ୟାଧିର ପ୍ରାଦୁର୍ଭାବ ପରେ 'ଅଭିନବ ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା'ର ପ୍ରକାଶନ ନିଜର ଧାରାବାହିକତା ବଜାୟ ରଖିପାରିଲା ନାହିଁ । ଫଳରେ ପତ୍ରିକାର ପାଠକ, ଶୁଭେଚ୍ଛୁ ଓ ସଂପାଦନା ମଣ୍ଡଳୀ ଆପଣାକୁ ସଙ୍କୁଚିତ ମଣୁଥିଲେ । ତେଣୁ ଏବେ ଗ୍ରାହକଗଣଙ୍କ ମନରେ ଏକ ପାଠକୀୟ ବିବଶତା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ।

ଆଗରୁ ଯେଉଁ ପାଠକ ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା ପ୍ରକାଶନକୁ ଉତ୍ସୁକତାର ସହିତ ଚାହିଁ ରହୁଥିଲା, ସେ ଭାବ ଆଉ ନାହିଁ । ପତ୍ରିକା ବଜାରକୁ ଆସିବା ମାତ୍ରେ ଗଣିତ ପ୍ରେମୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ହଇଚଇ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିଲା, ମାତ୍ର ସେ କଥା ଏବେ ନାହିଁ । ଲେଖାଟିଏ ପଢି, ସେ ବିଷୟରେ ତତ୍କାଳ ମତାମତ ଦେବାର ଅଭ୍ୟାସ ଅନେକେ ହରେଇ ବସିଲେଣି ।

ଏବେ, ସେପରି ଲେଖା ଆଉ ଆସୁ ନାହିଁ । ଲାଗୁଛି, ଲେଖା ଓ ଲେଖକର ମରୁଡି ପଡିଛି । ତେଣୁ ପତ୍ରିକା ସଂପାଦନା ପାଇଁ ଅପେକ୍ଷା କରିବାକୁ ପଡୁଛି । ଫଳରେ ଯଥା ସମୟରେ ଏହା ଛପାଯାଇ ପାରୁନାହିଁ । ତଥାପି, ପ୍ରକାଶନ ବାବଦରେ ସଂପାଦନା ମଣ୍ଡଳୀ ବେଶ ଆଶାବାଦୀ - ଓଡିଶା ଗଣିତ ସଂସଦ ଓ ଗଣିତ ଓ ପ୍ରୟୋଗ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନର ଯୁଗ୍ମ ସଂପାଦନାରେ ଅଭିନବ ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା ପ୍ରକାଶ ପାଇ ଏହାର ଧାରାବାହିକତା ବଜାୟ ରଖିବ । ସଂପାଦନା ମଧ୍ୟ ସମୃଦ୍ଧ ହେବ । କେବଳ ଆପଣମାନଙ୍କର ସକ୍ରିୟ ସହଯୋଗ ହିଁ ଆମର ଭରସା ।

ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା ସମୃଦ୍ଧ ହେଉ, ଆଜିର ସାମୟିକ ପାଠକୀୟ ବିବଶତାର ଅବସାନ ହେଉ । ଏତିକି କାମନା ।

ପ୍ର.ଯଶୋବନ୍ତ ଜେନା
ତତ୍ତ୍ୱାବଧାରକ

ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ
ମୁଖ୍ୟ ସଂପାଦକ

'ଫର୍ମାଙ୍କ ଶେଷ ପ୍ରମେୟ' ଚାରିଶହ ବର୍ଷ ଧରି ପ୍ରମାଣଟିଏର ଅପେକ୍ଷାରେ ଅଛି

ଶ୍ରୀ ରାମଶଙ୍କର ରଥ

ନିଜର ବ୍ୟସ୍ତବହୁଳ ରାଜକାର୍ଯ୍ୟ ଭିତରେ ଅତିଷ୍ଠ ବୋଧ ହେଲେ ଅବସର ବିନୋଦନ ପାଇଁ ଯେ ଗଣିତ ଚର୍ଚ୍ଚା କରୁଥିଲେ ସେହି ଖ୍ୟାତାନାମା ଫ୍ରାନ୍ସର ଗଣତିଜ୍ଞଙ୍କର ନାମ ହେଉଛି ପିଏରେ ଦ ଫର୍ମା । ତାଙ୍କ ନାମରେ ଥିବା 'ଫର୍ମାଙ୍କ ଶେଷ ପ୍ରମେୟ'ଟି ଗତ ଚାରିଶହ ବର୍ଷରୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ବର୍ଷ ହେଲା ଅପ୍ରମାଣିତ ରହି ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଏକ ଆହ୍ୱାନ ରୂପେ ଠିଆ ହୋଇଛି । ସପ୍ତଦଶ ଶତାବ୍ଦୀର ତିନିଜଣ ବିଶିଷ୍ଟ ଗଣିତଜ୍ଞ ଡେକାର୍ଟେ, ନ୍ୟୁଟନ ଓ ଫର୍ମାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କୁ 'କଳନ ଶାସ୍ତ୍ର'ର ଓ ଡେକାର୍ଟେଙ୍କୁ 'ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତି'ର ଆବିଷ୍କର୍ତ୍ତା ରୂପେ ମାନ୍ୟତା ମିଳିଥିଲେ ମଧ୍ୟ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ତେରବର୍ଷ ପୂର୍ବରୁ ଫର୍ମା 'ଆବାକସ କାଲକୁଲସ'ର ପ୍ରୟୋଗ କୌଶଳ ଓ ଡେକାର୍ଟେଙ୍କ ଆବିଷ୍କାର କଥା ନ ଜାଣି ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତିର ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରୟୋଗ ବିଧି, ଜାଣିଥିବା କଥାକୁ ଗଣତିଜ୍ଞମାନେ ସ୍ୱୀକାର କରିଥାନ୍ତି । ଏହା ବ୍ୟତୀତ 'ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଗାଣିତିକ ତତ୍ତ୍ୱ' ଆବିଷ୍କାରର ଶ୍ରେୟ ପାସକାଲ ଓ ଫର୍ମା ଉଭୟଙ୍କୁ ମିଳିତ ଭାବେ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ଜଣେ ରାଜକର୍ମଚାରୀ ଭାବେ ରାଜପରିଷଦର ପ୍ରଜାମାନଙ୍କୁ ନ୍ୟାୟ ପ୍ରଦାନର ଗୁରୁଦାୟିତ୍ୱ ସମ୍ଭାଳିବା ସହିତ ସେ ଅବସର ବିନୋଦନ ପାଇଁ ଗଣିତର 'ସଂଖ୍ୟାତତ୍ତ୍ୱ' ଭିତରେ ନିଜକୁ ହଜାଇ ଦେବା ଯେତିକି ସତ୍ୟ ଥିଲା, ତତ୍ ସମ୍ପର୍କିତ ତାଙ୍କର ଅନୁଭୂତି ମଧ୍ୟରୁ ସେ ସାଉଁଟି ଥିବା ଅମୂଲ୍ୟ ରତ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଗଣିତ ଜଗତକୁ ଯଥେଷ୍ଟ ସମୃଦ୍ଧ କରିଥିବା କଥାଟି ମଧ୍ୟ ସେତିକି ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

ଫର୍ମାଙ୍କ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଜୀବନ ବିଷୟରେ ବିଶେଷ କିଛି ତଥ୍ୟ ଜଣା ନ ଥିଲେ ବି ଏତିକି ଜଣା ଅଛି ଯେ ଫ୍ରାନ୍ସର ବିଉମାଣ୍ଟଦେଠାରେ ଅଗଷ୍ଟ ୧୬୦୧ର କୌଣସି ଦିନ ତାଙ୍କର ଜନ୍ମ ହୋଇଥିଲା । ପିତା ଡୋମିନିକେ ଫର୍ମା ଚମଡ଼ା ବ୍ୟବସାୟୀ ତଥା ସ୍ଥାନୀୟ ଶାସକଙ୍କ ଜଣେ ପରାମର୍ଶ ଦାତା ଥିଲେ ଏବଂ ମାତା କ୍ଲେରେ ଦେ ଲଙ୍ଗ୍‌ଙ୍କ ପିତାଙ୍କ ପରିବାର ରାଷ୍ଟ୍ରର ଆଇନ ପରାମର୍ଶ ଦାତା ଭାବେ ଖ୍ୟାତ ଥିଲେ । ସେ ତିରିଶ ବର୍ଷ ବୟସରେ ପହଞ୍ଚିବା ପୂର୍ବର ଶିକ୍ଷା ସମେତ ଅନ୍ୟ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ କୌଣସି ତଥ୍ୟ ଉପଲବ୍ଧ ନୁହେଁ ।

ତିରିଶି ବର୍ଷ ବୟସରେ ଫର୍ମା ଟୁଲୁସେଂରେ ଶାସକଙ୍କ ଅଧୀନରେ ରାଜକର୍ମଚାରୀ ଭାବେ ନିଯୁକ୍ତ ହେବା ପରେ ନିଜ ମାତାଙ୍କ ଜଣେ ସମ୍ପର୍କୀୟାଙ୍କୁ ବିବାହ କରି ତିନୋଟି ପୁଅ ଓ ଦୁଇଟି ଝିଅର ପିତା ହୋଇଥିଲେ । ନିଯୁକ୍ତିର ସତର ବର୍ଷ ପରେ ସେ ରାଜପରିଷଦର ନ୍ୟାୟିକ ପ୍ରତିନିଧି ପଦକୁ ଉନ୍ନୀତ ହୋଇ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସତର ବର୍ଷ କାଳ ଜଣେ ନିଷ୍ଠାପର ଓ ସୁଦକ୍ଷ କର୍ମଚାରୀ ରୂପେ ରାଜକାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦନ କରିଥିଲେ । ପଞ୍ଚଷଠୀ ବର୍ଷର ମୋଟାମୋଟି ଏକ ଶାନ୍ତ ଓ କୋଳାହଳ ଶୂନ୍ୟ ପରିବେଶରେ ଗଣିତର 'ସଂଖ୍ୟାତତ୍ତ୍ୱ'କୁ ଜୀବନର ସାଧନ କରି ସାଧକ ଫର୍ମା ଶେଷ ନିଃଶ୍ୱାସ ତ୍ୟାଗ କରିଥିଲେ । ସ୍ୱଭାବତଃ ସେ ନିଷ୍କପଟ ଓ ସହିଷ୍ଣୁ ପ୍ରକୃତିର ଥିଲେ, ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଭଳି ସନ୍ଦେହୀ କିମ୍ବା ସ୍ୱାର୍ଥୀ ନଥିଲେ, ଅଥବା ଡେକାର୍ଟେଙ୍କ ଭଳି ଅନ୍ୟମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଥଟ୍ଟା ମଜାରେ ବ୍ୟଙ୍ଗୋକ୍ତି କରୁନଥିଲେ ।

ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଗଣିତ, କଳନ ଶାସ୍ତ୍ର ଓ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତି କ୍ଷେତ୍ରରେ ତାଙ୍କର ମୌଳିକ ଅବଦାନ ରହିଥିଲେ ବି ଉଚ୍ଚତର ପାଟୀଗଣିତ ବା ସଂଖ୍ୟାତତ୍ତ୍ୱ କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ହିଁ ସେ ନିଜ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ପ୍ରତିଭାର କ୍ରୀଡ଼ାଭୂମି କରିଥିଲେ । ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଧର୍ମ ସମ୍ପର୍କରେ କରାଯାଇଥିବା ଯାବତୀୟ ଚର୍ଚ୍ଚାର କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ଆମେ ପାଟୀଗଣିତ ବା ଏରିଥମେଟିକ କହିଥାଉ । ପ୍ରାଚୀନ ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନେ ଏହାର ଦୈନନ୍ଦିନ କାର୍ଯ୍ୟ ଓ ବ୍ୟବସାୟ ଆଦି କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରୟୋଗକୁ ଲଜିଷ୍ଟିକ୍ କିନ୍ତୁ ସାଧାରଣ ଭାବେ ଏରିଥମେଟିକ କହୁଥିଲେ । ଗାଉସ ଦ ଏରିଥମେଟିକ ହିଁ କହୁଥିଲେ । ସଂଖ୍ୟାତତ୍ତ୍ୱ ରୂପେ ଏହି ପାଟୀଗଣିତର ନାମକରଣଟି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ପ୍ରଚଳନ ହୋଇଥିବା ମନେ ହୁଏ ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ 1,2,3,.... ଆଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଆମ ପାଇଁ କେତେ ଉପଯୋଗୀ ହୋଇଥାନ୍ତି ତାହା କେବଳ ଅନୁଭବର ହିଁ କଥା, ବାକ୍ୟରେ ପ୍ରକାଶର ନୁହେଁ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ସମ୍ପର୍କ ଗୁଡ଼ିକ ଗଣିତର ଅନ୍ୟ ଏକ ଶାଖା ବୀଜଗଣିତର ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇ ଆବିଷ୍କାର କରିବା ଦିଗରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଉଦ୍ୟମ ଆରମ୍ଭ କଲେ । ଫର୍ମାଙ୍କ ଶେଷ ପ୍ରମେୟ ନାମରେ ଖ୍ୟାତ ତତ୍ତ୍ୱଟିକୁ ଏହି ସମ୍ପର୍କ ଗୁଡ଼ିକର ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତଟିଏ ରୂପେ ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ । ତତ୍ତ୍ୱଟି ହେଲା n, x, y, z ଗୁଡ଼ିକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $n \geq 3$ ପାଇଁ x କୁ $y^n + z^n$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଗଣିତରେ ସାଧାରଣ ଜ୍ଞାନ ଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କୁ ଏହାକୁ ଠିକ ରୂପେ ବୁଝାଇବା ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟାତତ୍ତ୍ୱର କେତେକ ପ୍ରାଥମିକ ଧାରଣା ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ ମନେ ହୁଏ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆଉ ଗୋଟିଏର ଘାତ ରୂପେ ଲେଖିଲେ ବୁଝାଯାଏ ତାହା ଦ୍ୱିତୀୟଟିର ଘାତ ସଂଖ୍ୟା ଥରର ଗୁଣଫଳ । ଯେପରିକି $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ । ସେହିପରି 2^9 ଲେଖିଲେ ବୁଝାଯିବ $2^9 = 2 \times 2 \times 2....$ 9 ଥର 2 ର ଗୁଣନ $= 512$ । ପ୍ରାଇମ ନମ୍ବର ବା

ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବୁଝାଏ, ଯାହା ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଓ 1 ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜ୍ୟ ନୁହେଁ (ଅର୍ଥାତ ହରଣ କଲେ ଭାଗଶେଷ 0 ରହେ ନାହିଁ) ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ କେତୋଟି ହେଲେ 3, 5, 11, 13 ଇତ୍ୟାଦି। 3, 5, 17, 259, 65537 ଭଳି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଶ୍ରେଣୀଭୁକ୍ତ କରିହେବ । ଏହି ଅର୍ଥରେ ଯେ ସେମାନେ 1 ଓ 2 ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଅନ୍ତି କାରଣ $3 = 2 + 1, 5 = 2^2 + 1, 17 = 2^{2^2} + 1 = 2^4 + 1, 257 = 2^{2^3} + 1 = 2^8 + 1, 65537 = 2^{2^4} + 1 = 2^{16} + 1$ ଏହି ଶ୍ରେଣୀଭୁକ୍ତ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $2^{32} + 1 = 4294967297$ ଓ $2^{64} + 1 = 18446744073709651617$ । ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବାର କଥା ଯେ ଏହି ଶ୍ରେଣୀର ପ୍ରଥମ ପାଞ୍ଚୋଟି ହିଁ ମୌଳିକ ଅଟନ୍ତି, କିନ୍ତୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ନୁହଁନ୍ତି, କାରଣ ଏହି ଦୁଇଟିରୁ ପ୍ରଥମଟି 641 ଦ୍ୱାରା ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟଟି 274177 ଦ୍ୱାର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ। ତେଣୁ $2^{2^n} + 1$ ଶ୍ରେଣୀର $n = 0$ ରୁ 4 ଯାଏ ମୂଲ୍ୟର ପ୍ରଥମ ପାଞ୍ଚୋଟି ମୌଳିକ ହେବାରୁ ମନେ ହେବା ସ୍ୱାଭାବିକ ଯେ ବୋଧହୁଏ n ର ସମସ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଉତ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମୌଳିକ ହୋଇଥିବେ । କିନ୍ତୁ ଅନୁମାନଟି ଭୁଲ ବୋଲି ଜଣାଯାଏ । ତେଣୁ ଏହି ଶ୍ରେଣୀର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରୁ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ ମୌଳିକ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ନୁହଁନ୍ତି ଜାଣିବା ପାଇଁ ତଳର ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତ୍ୟେକଟିକୁ ହରଣ କଲେ ଭାଗଶେଷ ଶୂନ କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିବାକୁ ହେବ । ସଂଖ୍ୟାଟିର ବର୍ଗମୂଳ ନେଇ ଏପରି ପରୀକ୍ଷା କଲେ କମ୍ ସମୟ ଆଉ ପରିଶ୍ରମ ଲାଗିବ। ଫର୍ମା କିନ୍ତୁ ଏ ପ୍ରକାର କୌଣସି ପରୀକ୍ଷା ନ କରି କେବଳ ଅନୁମାନ ଦ୍ୱାରା ଉଲ୍ଲିଖିତ ଶ୍ରେଣୀଭୁକ୍ତ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମୌଳିକ ଅଟନ୍ତି ବୋଲି କହିଦେଇଥିଲେ; ତେବେ ଏହାର କୌଣସି ପ୍ରମାଣ ତାଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବାର ଦାବୀ କରି ନଥିଲେ । କିଛି ଦିନ ପରେ ଅବଶ୍ୟ ଅସ୍ପଷ୍ଟ ମନ୍ତବ୍ୟଟିଏ ମାଧ୍ୟମରେ ଜଣାଇଥିଲେ ଯେ ତାଙ୍କ ଅନୁମାନଟି ଭୁଲ ହୋଇଥାଇପାରେ । ଜେର କୋଲବର୍ଷ ନାମକ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ଚାଳକକୁ $n = 6$ ପାଇଁ ଉଲ୍ଲିଖିତ 4294967297 ସଂଖ୍ୟାଟି ମୌଳିକ କି ନୁହେଁ ପଚରାଯିବାରୁ ସେ କିଛି ସମୟ ଭାବିଲା ପରେ ଉତ୍ତର ଦେଇଥିଲା 'ନା, କାରଣ ଏହା 641 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଅଟେ । କିନ୍ତୁ କେଉଁ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସେ ଏହି ଉତ୍ତର ପାଇଲେ, ପଚରାଯିବାରୁ ତାହା କହି ପାରି ନଥିଲା ।

ଗଣିତର ଏହି ଶ୍ରେଣୀର ରହସ୍ୟାବୃତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରୁ ଆଉ କେତେକ ରହସ୍ୟ ସହିତ ନିବିଡ଼ ସମ୍ପର୍କ ରହିଛି । ନିମ୍ନରେ ସେଥିରୁ ଗୋଟିଏ ଦିଆଗଲା। କେବଳ ସ୍କେଲ ଓ କମ୍ପାସ ସାହାଯ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ ନେଇ ସେଥିରୁ ତାହାର ଦ୍ୱିଗୁଣ ସଂଖ୍ୟକ ବାହୁର ସୁଷମ ବହୁଭୁଜଟିଏ କିମ୍ବା 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15 ବାହୁର ସୁଷମ ବହୁଭୁଜର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରାଚୀନ ଗ୍ରୀକ୍‌ମାନେ ଜାଣିଥିଲେ। କିନ୍ତୁ 7, 9, 11, 13 ବାହୁର ସୁଷମ ବହୁଭୁଜର ଅଙ୍କନ ଚେଷ୍ଟାରେ କେହି ହେଲେ ସଫଳ ହେଉନଥିଲେ । ତେବେ କାହାକୁ ହେଲେ ଜଣା

ନ ଥିଲା ଯେ ଏହା ଅସମ୍ଭବ ଅଟେ । ଉଣେଇଶ ବର୍ଷ ବୟସ ବେଳେ ଅର୍ଥାତ ଗ୍ରାଜୁଏଟ ହେଲା ପରେ ଗାଉସ ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲେ ଯେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ବାହୁର ସୁଷମ ବହୁଭୁଜଟିଏ ସ୍କେଲ ଓ କମ୍ପାସ ନେଇ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେବ, ଯଦି ବାହୁ ସଂଖ୍ୟା ଫର୍ମାଙ୍କ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅର୍ଥାତ $2^{2^n}+1$ ଶ୍ରେଣୀର ହୋଇଥାଏ କିମ୍ବା ସେପରି କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ହୋଇଥାଏ । ଏହି କାରଣରୁ ଅଙ୍କନ 3, 5, 15 ଏପରିକି 17, 257, 65537 କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭବ କିନ୍ତୁ 7, 9, 11, 13 କ୍ଷେତ୍ରରେ ନୁହେଁ । ତାଙ୍କର ଏହି ତତ୍ତ୍ୱଟି ଅନୁଯାୟୀ 3×17, $5\times 257\times 65537$ ସଂଖ୍ୟକ ବାହୁର ସୁଷମ ବହୁଭୁଜର ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ଅଟେ।

ଫର୍ମାଙ୍କ ପ୍ରମେୟ ନାମରେ ଖ୍ୟାତ ତାଙ୍କର ଆଉ ଗୋଟିଏ ଆବିଷ୍କାର ହେଲା ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା n ଓ p ରୁ p ଯଦି ମୌଳିକ ହୋଇଥାଏ n^p-n ସଂଖ୍ୟାଟି p ଦ୍ୱାରା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜ୍ୟ (ଅର୍ଥାତ ହରିଲେ ଭାଗଶେଷ 0 ହେବ। ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ ସ୍ୱରୂପ $n=5, p=3$ ହେଲେ $5^3-5=120=3\times 40$ ଏବଂ $n=2, p=11$ ହେଲେ $2^{11}-2=2046=11\times 186$ ଅଟନ୍ତି।

ପାଟୀଗଣିତରେ କେତେକ ପ୍ରମେୟକୁ ଅନ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ମନେ କରାଯାଇଥାଏ । ଏହାର କାରଣ ହୋଇଥାଇପାରେ ଯେ, ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଉପଯୋଗ କରି ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାକ ପ୍ରମେୟ ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ ହୋଇଥାନ୍ତି ଅଥବା ଅଧିକ ଗବେଷଣା ପାଇଁ ଏମାନେ ରାସ୍ତା ଖୋଲି ଦେଇଥାନ୍ତି । ଅନ୍ୟ କାରଣଟିଏ ବି ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ଯେ ପ୍ରମେୟଟିର କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ନୁହେଁ ସାମଗ୍ରିକ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ସତ୍ୟତା ରହିଛି । କିନ୍ତୁ ଫର୍ମାଙ୍କ ଉଲ୍ଲିଖିତ ପ୍ରମେୟଟିର ଗୁରୁତ୍ୱ ଏହି ତିନୋଟିଯାକ କାରଣ ରହିଛି । ତିନୋଟିଯାକ ଆବଶ୍ୟକତା ପୂରଣ କରୁଥିବା ତତ୍ତ୍ୱ ପାଇବା ସାଧାରଣତଃ କଷ୍ଟକର ଅଟେ । ଗୁପତତ୍ତ୍ୱଟି ମଧ୍ୟ ଏହାର ଅନ୍ୟ ଏକ ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ ଅଟେ । ପ୍ରଥମତଃ ବୀଜଗାଣିତିକ ସମୀକରଣର ତତ୍ତ୍ୱ ମୂଳରେ ଗୁପତତ୍ତ୍ୱଟି ହିଁ ଅଛି । ଦ୍ୱିତୀୟତଃ ପ୍ରିମିଟିଭ ବୀଜ ଭଳି ପ୍ରସଙ୍ଗ ବିଷୟକ ଗବେଷଣାର ରାସ୍ତା ଏହା ଖୋଲି ଦେଇଥିଲା । ତୃତୀୟତଃ ସମସ୍ତ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଗୋଟିଏ ହିଁ ଗୁଣଧର୍ମର କଥା ଏହା କହିଥାଏ ।

ଫର୍ମା ଉଲ୍ଲିଖିତ ପ୍ରମେୟଟି ବିନା ପ୍ରମାଣରେ ଉପସ୍ଥାନ କରିଥିଲେ । ଲେବନିଜ ହିଁ ପ୍ରଥମ ବ୍ୟକ୍ତି ଯେ ପ୍ରମାଣଟିଏ ଦେଇଥିଲେ । ଆମେ ବି ଚାହିଁଲେ ନିମ୍ନ ଦୁଇଟି ତଥ୍ୟର ଉପଯୋଗ କରି ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା । ପ୍ରଥମତଃ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା କେତେଗୁଡ଼ିଏ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ହୋଇଥାଏ। ଯେପରିକି $24=2\times 2\times 2\times 3$, $57=19\times 3$, $29=29\times 1$ ଇତ୍ୟାଦି। ଦ୍ୱିତୀୟତଃ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ଯଦି କୌଣସି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜ୍ୟ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଟି ସେହି ଦୁଇଟିରୁ ଅନ୍ତତଃ ଗୋଟିକର ଉତ୍ପାଦକ ହୋଇଥାଏ । ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ ସ୍ୱରୂପ $45=5\times 9=3$

$\times$ 15 । 5 $\times$ 9 ଏଥିରୁ ପ୍ରଥମଟିରେ 5 ଓ ଦ୍ୱିତୀୟରେ 9 .... କିନ୍ତୁ 3 ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଥମଟିରେ 9 ଓ ଦ୍ୱିତୀୟରେ 3615 ଆଉ ଗୋଟିଏ ସୁନ୍ଦର ତତ୍ତ୍ୱ ହେଲା 4n + 1 ରୂପର ପ୍ରତ୍ୟେକଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ତାହା ପୁଣି ଗୋଟିଏ ହିଁ ଉପାୟରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ, କିନ୍ତୁ 4n –1 ରୂପର ସଂଖ୍ୟାଟିଏକୁ ଏପରି କରିହେବ ନାହିଁ । 2 ରୁ ବୃହତ୍ତର ସମସ୍ତ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଯେ ଉଲ୍ଲିଖିତ 4n + 1 ଅଥବା 4n –1 ରୂପର ଅଟନ୍ତି ତାହା ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖି ହେବ। $5 = 4 \times 1+1$, $7 = 4 \times 2-1$, $11 = 4 \times 3-1$, $13 = 4 \times 3+1$, $17 = 4 \times 4-1$, $19 = 4 \times 5-1$, $37 = 4 \times 9+1$ ଇତ୍ୟାଦି। ଏଗୁଡ଼ିକରୁ 4n + 1 ରୂପର $13 = 3^2+2^2$, $17 = 4^2+1^2$, ଓ $37 = 4^2+1^2$ ହୋଇଥିବାରୁ ଦୁଇଟି ବର୍ଗସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟି ମୌଳିକ ହୋଇଥିଲେ ତାହା ଦୁଇଟି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି କି ନୁହେଁ ତାହା ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖାଯାଇପାରେ । ତେବେ ଏହି ତତ୍ତ୍ୱଟି କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଫର୍ମା କୌଣସି ପ୍ରମାଣ ଛାଡ଼ି ଯାଇନଥିଲେ । ସାତବର୍ଷର ଚେଷ୍ଟା ପରେ ଅଏଲର ହିଁ ଖ୍ରୀ.ଅ.1749 ରେ ଏହାକୁ ପ୍ରଥମେ ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲେ । ପ୍ରମେୟଟିର ସତ୍ୟତାକୁ ସାବ୍ୟସ୍ତ କରିବା ପାଇଁ ଫର୍ମା ଯେଉଁ ପ୍ରଣାଳୀର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥିଲେ ତାହାକୁ ଆମେ 'ଅସମ୍ଭବାନୟନ' ପ୍ରମାଣ କହିଥାଉ । ଏହାର ଯୁକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ସିଡ଼ିର ଉପରୁ ତଳକୁ ଓହ୍ଲାଇବା ନ୍ୟାୟରେ ଗତି କରିଥାନ୍ତି । ଇଂରାଜୀରେ ଏହା Reduction and Adabsurdum ପ୍ରଣାଳୀ ନାମରେ ପରିଚିତ ଅଟେ । ସେ ଦର୍ଶାଇଲେ ଯେ ଯଦି 4n + 1 ବର୍ଗର ଯେକୌଣସି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବା କଥାଟି ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ତେବେ ସେହି ବର୍ଗର ତାହାର ତଳ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଟି ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ତାହା ସମ୍ଭବ ହେବ ନାହିଁ । ତାହାକୁ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କଲା ପରେ ଉକ୍ତିଟି ଠିକ ବୋଲି ଯଦି ଜଣାଯାଏ ତେବେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ତଳକୁ ତଳ ଯାଇ 4n + 1 ସିଡ଼ିର ସବାଶେଷ ପହଣ୍ଡାରେ ଥିବା 5 ସଂଖ୍ୟାରେ ପହଞ୍ଚି ଆମେ ପରୀକ୍ଷା କଲା ପରେ ଜାଣିବା ଯେ $5 = 2^2 + 1^2$ ଅର୍ଥାତ ତାହା ଦୁଇଟି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଅଟେ । ତେଣୁ ଆମେ ମୂଳରୁ ମନେ କରିଥିବା (ତାହା ବର୍ଗସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ନୁହେଁ) ସିଦ୍ଧାନ୍ତଟି ଭୁଲ ଥିଲା, ଫର୍ମା ଏ ପ୍ରକାର ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ତାଙ୍କର ଉକ୍ତ ପ୍ରମେୟଟିକୁ ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲେ ।

ଫର୍ମାଙ୍କ ଶେଷ ପ୍ରମେୟକୁ ଯିବା ପୂର୍ବରୁ 'ଡାୟୋଫେଣ୍ଟାଇନ ଏନାଲିସିସ'ର ଆଉ ଗୋଟିଏ ତତ୍ତ୍ୱ ଉପରେ ଦୃଷ୍ଟି ପକାଇବା । ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ 27 = 25 + 2 ର 27, 25 ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ଘାତ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି, କାରଣ $27 = 3^3$, $25= 5^2$ । ଏଥିରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ $y^3 = x^2 + 2$ ସମୀକରଣଟିର ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସମାଧାନଟିଏ ହେଲା $x = 5, y = 3$ । କିନ୍ତୁ ଏହା ବାହାରେ ଅନ୍ୟ ସମାଧାନଟିଏ ଅଛି କି ନାହିଁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ବେଶ କଠିନ ଅଟେ । ଯଦିଓ ଉପରକୁ ସହଜ ମନେ ହୋଇଥାଏ । ନିୟମ ଅନୁସାରେ ଦୁଇଟି

ଅର୍ଥାତ ରାଶିର ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ସମୀକରଣରୁ ସମାଧନ ଅସମ୍ଭବ ଅଟେ। ଡାୟୋଫେଣ୍ଟସ କିନ୍ତୁ ଦୁଇଟି ଅର୍ଥାତ ରାଶିର ଗୋଟିଏ ସମୀକରଣ ନେଇ ସେଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମୂଲ୍ୟ ଦ୍ୱାରା ସମାଧାନକୁ ସମୀକରଣ ସମାଧନ ବୋଲିମାନୁଥିଲେ । ତେବେ ଉଲ୍ଲିଖିତ କଟକଣାକୁ ନ ମାନିଲେ ସମୀକରଣଟିର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ଉପଲବ୍ଧ ହେବେ, ଏହା ଆମେ ଜାଣୁ । କାରଣ x ବଦଳରେ ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟର ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ନେଇ y ର ତତ୍ ସମ୍ପୃକ୍ତ ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କଲା ପରେ x ଓ y ର ସେହି ଦୁଇଟି ମୂଲ୍ୟକୁ ସମାଧାନ ବୋଲି କହି ହେବ। କିନ୍ତୁ x ଓ y ର ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସମାଧାନ ଅନ୍ୟ ଏକ କଥା ଅଟେ । ସମୀକରଣଟିର $x = 5, y = 3$ ସମାଧାନଟି ପରୀକ୍ଷଣ ମାଧ୍ୟମରେ ବାହାରିଥିଲେ । କିନ୍ତୁ ଏହାର ଆଉ ଯୋଡ଼ିଏ ଏପରି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ସମାଧାନ ନାହାନ୍ତି ବୋଲି ପ୍ରମାଣ କରିବା ଏକ ଦୁରୂହ ବ୍ୟାପାର ଅଟେ । ଫର୍ମା ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ଦାବୀ କରିଥିଲେ। ପୂର୍ବ ଅଭ୍ୟାସରୁ ଗୋପନୀୟ ରଖିଥିଲେ । ତାଙ୍କ ମୃତ୍ୟୁର ଅନେକ ବର୍ଷ ପରେ ପ୍ରମାଣଟି ମିଳିନଥିଲା । ତେଣୁ ତାଙ୍କର ଦୃଢ଼ୋକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ଥିଲା ।

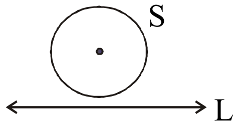
ତାଙ୍କର ଶେଷ ପ୍ରମେୟ ନାମରେ ପରିଚିତ ତତ୍ତ୍ୱଟି ଆଗରୁ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଛି । $n = 2$ ପାଇଁ ଉକ୍ତ ସମୀକରଣଟି ହେଲା $x^2 + y^2 = z^2$ ଯାହା ଡାୟୋଫେଣ୍ଟସଙ୍କ ପ୍ରବ୍ଲେମ ନାମରେ ଖ୍ୟାତ । ଫର୍ମା ବଚେଟଙ୍କ ଡାୟୋଫେଣ୍ଟସ ବହିରୁ ଏହା ପଢ଼ିଲା ବେଳେ ତାଙ୍କ ମନରେ ଜାତ ହୋଇଥିବା ସଂପୃକ୍ତ ଭାବାନକୁ ମାର୍ଜିନରେ ଥବା ସ୍ୱଳ୍ପ ସ୍ଥାନରେ ଯେଉଁ ପ୍ରକାରେ ଲେଖିଥିଲେ ତାହା ହେଉଛି, $n = 3, 4$ ଅଥବା ତାହାଠାରୁ ଅଧିକ ଯେ କୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (ଅଥବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା) ଘାତର କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ଘାତର ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (ଅଥବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା)ର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଅସମ୍ଭବ । ମୁଁ ଏହାର ଏକ ଚମତ୍କାର ପ୍ରମାଣ ପାଇଛି, କିନ୍ତୁ ତାହାକୁ ମାର୍ଜିନର ସୀମିତ ସ୍ଥାନରେ ଲେଖି ହେବ ନାହିଁ । ଏହା ଖ୍ରୀ.ଅ. ୧୬୩୭ରେ ସେ ଲେଖିଥିଲେ ।

ଏ ଯାଏଁ $n = 14{,}000$ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରମେଟି ସତ୍ୟ ବୋଲି ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇ ସାରିଛି । କିନ୍ତୁ n ର ସମସ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ସତ୍ୟ ବୋଲି ପ୍ରମାଣ ହୋଇନାହିଁ । ଜର୍ମାନୀର ପ୍ରଫେସର ପଅଲ ଉଲଫସ୍କେଲ ଖ୍ରୀ.ଅ ୧୯୦୮ରେ ଏଥିପାଇଁ ଲକ୍ଷେ ମାର୍କର ପ୍ରାଇଜଟିଏ ଘୋଷଣା କରି ସାରିଛନ୍ତି । ଗାଉସ ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିଥିବା ନେଇ ଫର୍ମାଙ୍କ ଉକ୍ତିଟିକୁ ବିଶ୍ୱାସ କରିନଥିଲେ । କିନ୍ତୁ ତାଙ୍କର ଅତୁଳନୀୟ ପ୍ରତିଭା ଏବଂ ସଚ୍ଚୋଟ ତଥା ନିଷ୍କପଟ ଚରିତ୍ର ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଫର୍ମାଙ୍କ ଅଗଣିତ ପ୍ରଶଂସକ ଗାଉସଙ୍କ ସହିତ ଏକମତ ନୁହଁନ୍ତି ।

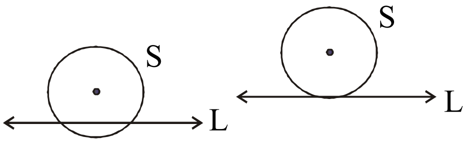
ଆତ୍ରେୟ ଭୂମି, ପ୍ଲଟ ୧୦୭ (ପି), ଆଚାର୍ଯ୍ୟ ବିହାର, ଭୁବନେଶ୍ୱର -୧୩
ମୋବାଇଲ ୦୬୭୪-୨୫୪୨୭୦୮

ବୃତ୍ତର ସ୍ପର୍ଶକ

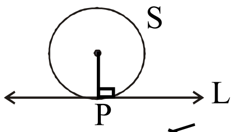
ଶ୍ରୀ ମାନସ ମିଶ୍ର

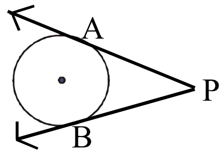


ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନଥିଲେ ସମତଳେ ବୃତ୍ତ ଓ ରେଖାର
ଛେଦ କରେ ନାହିଁ ବୋଲି ହୁଏ ସେ ବହିଃସ୍ଥ, ବୃତ୍ତର ।୧।

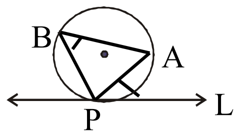


ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'ଏକ' ହେଲେ ରେଖା ହୁଏ ବୃତ୍ତର ସ୍ପର୍ଶକ
ଦୁଇଟି ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ଥିଲେ ହୋଇଥାଏ ତାହାର ଛେଦକ ।୨।

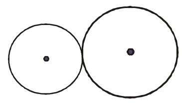


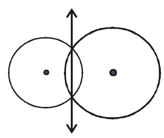


ସ୍ପର୍ଶକ, ସ୍ପର୍ଶବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସହ ସୃଷ୍ଟି କରେ ସମକୋଣ
ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଦୁଇ ସ୍ପର୍ଶକ ଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।୩।

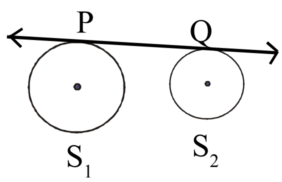


ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଜ୍ୟା ସହ ସୃଷ୍ଟି କରେ ଯେଉଁ କୋଣ
ଏକାନ୍ତର ଚାପାନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣ ସହ ହୁଏ ସର୍ବସମ ।୪।



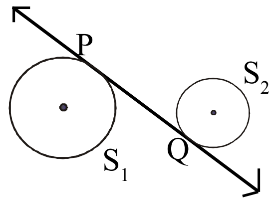


(ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର) ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଥିଲେ ବୋଲାନ୍ତି ସ୍ପର୍ଶକ ବୃତ୍ତ
ଦୁଇ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁଦେଇ ଅଙ୍କିତରେଖା ରେଡ଼ିକାଲ ଅକ୍ଷ ନାମେ ଖ୍ୟାତ ।୫।

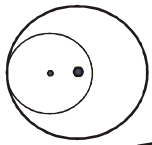


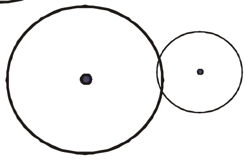
ଏ ଅକ୍ଷରୁ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ କରିଲେ ଅଙ୍କନ
ସ୍ପର୍ଶକଖଣ୍ଡ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହୁଅଇ ସମାନ ।୬।

(ସାଧାରଣ ସ୍ପର୍ଶକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱେ)
ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର କେନ୍ଦ୍ର, କଲେ ଅବସ୍ଥାନ ନାମ ତାର' ସରଳ ସାଧାରଣ ସ୍ପର୍ଶକ
ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱେ କଲେ ଅବସ୍ଥାନ ନାମ ହୁଏ 'ତୀର୍ଯ୍ୟକ ସାଧାରଣ ସ୍ପର୍ଶକ' ।୭।

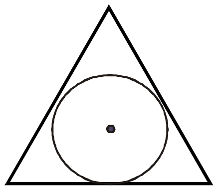


(୨ଟି ସ୍ପର୍ଶକ ବୃତ୍ତରେ)
ଗୋଟିକର କେନ୍ଦ୍ର ଅନ୍ୟର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ହେଲେ ନାମ ହୁଏ 'ଅନ୍ତଃସ୍ପର୍ଶୀ'
କିନ୍ତୁ ବହିର୍ଦ୍ଦେଶେ ଅବସ୍ଥାନ କଲେ ବୋଲାନ୍ତି ସେ 'ବହିଃସ୍ପର୍ଶୀ' ।୮।

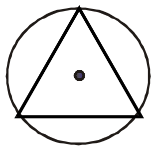




ଦୁଇ ବହିଃସ୍ପର୍ଶୀ ବୃତ୍ତେ, କେନ୍ଦ୍ରର ଦୂରତା, ସମଷ୍ଟି, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର
(କିନ୍ତୁ) ଅନ୍ତଃସ୍ପର୍ଶୀ ହେଲେ, କେନ୍ଦ୍ରର ଦୂରତା ହୁଏ, ସେମାନଙ୍କ ଅନ୍ତର ।୯।



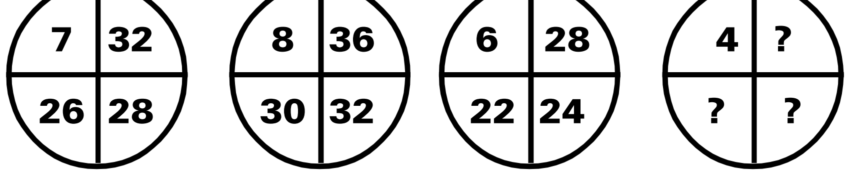
ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁତ୍ରୟକୁ ସ୍ପର୍ଶ କଲେ, ବୃତ୍ତ ହୁଏ ତା'ର 'ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ'
(କିନ୍ତୁ) ତିନିଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ହୋଇଲେ ଅଙ୍କିତ ବୋଲାଏ ତା' 'ପରିବୃତ୍ତ'।୧୦।



ହେ କୃପାସାଗର, ଦୋଷ କ୍ଷମାକର ଅଧମ ଆକୁଳେ ଡାକେ
କ୍ଷଣ ଭଙ୍ଗୁର ଏ ମାନବ ଜନ୍ମରୁ ମୁକ୍ତି ଦିଅ ପ୍ରଭୁ ମୋତେ ।୧୧।

ବିଶ୍ୱନାଥପୁର, ସାକ୍ଷୀଗୋପାଳ, ପୁରୀ

ନିରୁଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟି ଖୋଜ



ପ୍ରଫେସର ମହେନ୍ଦ୍ର ନାଥ ମିଶ୍ରଙ୍କ ସ୍ମରଣେ

ପ୍ରଫେସର ଗୋକୁଳାନନ୍ଦ ଦାସ

ଦିଲ୍ଲୀ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ ପରିତ୍ୟାଗ କରି ସମ୍ବଲପୁର ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଯୋଗ ଦେଲି। ସମ୍ବଲପୁର ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ଓ ପରିସଂଖ୍ୟାନ ବିଭାଗକୁ ନେଇ School of Mathematical Science ଖୋଲା ହେଲା। ଯାହା ଫଳରେ କି କେତେକ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଯଥା : Probability Theory ଉଭୟ ବିଭାଗର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଏକତ୍ର ଶିକ୍ଷାଲାଭ କରି ପାରୁଥିଲେ । ଅର୍ଥାତ ଗଣିତ ଓ ପରିସଂଖ୍ୟାନ ବିଭାଗର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ଗୋଟିଏ କ୍ଲାସରେ ଜଣେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଶିକ୍ଷିତ ହୋଇ ପାରୁଥିଲେ।

ଏହି ସମୟରେ ମହେନ୍ଦ୍ରନାଥ ମିଶ୍ର ପରିସଂଖ୍ୟାନ ବିଭାଗରେ ଯୋଗ ଦେଲେ। ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମକୁ ମହେନ୍ଦ୍ରବାବୁ ଶ୍ରଦ୍ଧାର ସହିତ ସବୁ ପ୍ରକାର ସହଯୋଗ କରିବାରେ ମଧ୍ୟ ପଛଘୁଞ୍ଚା ଦେଇ ନଥିଲେ। Probability Theory ତାଙ୍କର ଅତି ପ୍ରିୟ ବିଷୟ ଥିଲା । ଏଥିରେ ଅନେକ ଗବେଷଣା ସନ୍ଦର୍ଭ ସେ ଲେଖିଛନ୍ତି। ତାଙ୍କ ଗବେଷଣାର ଏହା କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ଥିଲା । ମୋ ମତରେ ସେ ହେଉଛନ୍ତି School of Mathematical Science ର କଲ୍‌ମୋଗରେଭ୍ । Andrey Kolmogrev (19 April 1903 - 20 October 1987) । କଲମୋଗରେଭ ହେଉଛନ୍ତି ବିଶ୍ୱବିଖ୍ୟାତ ଋଷିୟ ଗଣିତଜ୍ଞ ଯାହାଙ୍କର ଗଣିତ ଜଗତକୁ ମୁଖ୍ୟ ଅବଦାନ ଆଧୁନିକ Probability Theory ।

ମହେନ୍ଦ୍ର ବାବୁଙ୍କ ପତ୍ନୀ ସରୋଜିନୀ ମିଶ୍ର ମଧ୍ୟ ସମ୍ବଲପୁର ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟର ହୋମ୍ ସାଇନ୍ସ ବିଭାଗରେ ଯୋଗ ଦେଇଥିଲେ। ମହେନ୍ଦ୍ରବାବୁ ସପରିବାର ଜ୍ୟୋତିବିହାରରେ ରହୁଥିଲେ । ତାଙ୍କର ଦୁଇଟି ଝିଅ ସୁନି ଓ ନୀନା । ସୁନି ନବନିର୍ମିତ ଜ୍ୟୋତିବିହାର ହାଇସ୍କୁଲରେ ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢୁଥିଲା । ସ୍କୁଲରେ ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀ ପିଲାଙ୍କୁ ମୁଁ ଜ୍ୟାମିତି ପଢ଼ାଉଥିଲି। ସୁନି ସେଠାରେ ମୋର ଛାତ୍ରୀ ଥିଲା । ସୁନି ଇଂରାଜୀରେ ପି.ଜି. କରି ଅଧୁନା ହାଇଦ୍ରାବାଦ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଇଂରାଜୀ ପ୍ରଫେସର ଅଛି । ନୀନା ଭୁବନେଶ୍ୱରରେ।

ମହେନ୍ଦ୍ରବାବୁଙ୍କ ଦେହାନ୍ତ ଖବର ଚନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ପାଇ ଖୁବ ମର୍ମାହତ ହେଲି । ଜ୍ୟୋତିବିହାରରେ ଥିବା ସମୟରେ ନୀନା ପ୍ରାୟ ଆମ ଘରେ ଅଟକିଯାଏ। ଝିଅ ମିତା ଓ ପୁଅ ରାଜା ସହ ମୋ’ ବୋଉ (ଯାହାକୁ ଆମେ ମଇଁଆ ଡାକୁ) ପାଖରେ ଶୋଇ ଗପ ଶୁଣି ବହୁତ ଖୁସି ହେଉଥିଲା ।

ନମ୍ର, ଧୀରସ୍ଥିର ସ୍ୱଭାବର ମହେନ୍ଦ୍ରବାବୁ ଖୁବ ଅମାୟିକ ଥିଲେ । ଜୀବନର ଶେଷ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସେ ନିଜର ଗବେଷଣାରେ ବୁଡ଼ି ରହୁଥିଲେ । ଗଣିତ ପ୍ରୟୋଗ ଓ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନରେ ଆମେ ପୁନରାୟ ଏକତ୍ର ହେଲୁ ଅବସର ପରେ । ତାଙ୍କ ପତ୍ନୀଙ୍କ ଦେହାନ୍ତ ପରେ ସେ ଏକଲା ରହୁଥିଲେ । ଝିଅ ଦୁହେଁ ବାହା ହୋଇ ନିଜ ନିଜ ଘର ସଂସାରରେ ବ୍ୟସ୍ତ ଥିଲେ ।

ସଂଯୋଗ ବଶତଃ ସୁନି ତା' ଝିଅକୁ ନେଇ ଓଡ଼ିଶା ଆସିଥିଲା । ଦୁଇଝିଅ, ଜ୍ୱାଇଁ ଓ ନାତୁଣୀଙ୍କ ଗହଣରେ ହସଖୁସିରେ ସମୟ ବିତାଇଥିଲେ ସେଦିନ। ରାତିରେ ସମସ୍ତଙ୍କୁ ଦେଖୁ ଦେଖୁ ଛାଡ଼ିଗଲେ । ମନୁଷ୍ୟ ଦିନୋ ଦିନେ ତ ଏ ଧରାପୃଷ୍ଠରୁ ଯିବ, କିନ୍ତୁ ସୁଖମୃତ୍ୟୁ ସମସ୍ତଙ୍କ ଭାଗ୍ୟରେ ନଥାଏ। ଈଶ୍ୱରଙ୍କ ପାଦପଦ୍ମରେ ତାଙ୍କ ଆତ୍ମା ଲୀନ ହୋଇଯାଉ, ଏତିକି ପ୍ରାର୍ଥନା।

ମହେନ୍ଦ୍ରବାବୁଙ୍କ ଏକାଦଶାହ ଉପଲକ୍ଷେ ଯାଇଥିଲି । ସୁନିକୁ କହିଥିଲି ମହେନ୍ଦ୍ରବାବୁଙ୍କ ବାୟୋ-ଡାଟା ପଠାଇଲେ ଛପାଇବାର ବନ୍ଦୋବସ୍ତ କରିବି । ସେ ପଠାଇଥିଲା ବାୟୋଡାଟାର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କପି। ସ୍ୱର୍ଗତଃ ମହେନ୍ଦ୍ରନାଥ ମିଶ୍ରଙ୍କ ଜୀବଦ୍ଦଶାରେ ଅତି କମ୍‌ରେ ୬୭ରୁ ଅଧିକ ଗବେଷଣାତ୍ମକ ନିବନ୍ଧ ପ୍ରକାଶ ପାଇଛି ।

୧୬୭, ଧର୍ମବିହାର, ଖଣ୍ଡଗିରି, ଭୁବନେଶ୍ୱର
ମୋ. ୯୪୩୭୦୩୫୧୨୧

ବୟସ ହିସାବ

ସାମାନ୍ୟ ଗଣିତ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଜଣକର ବୟସ କହିହେବ। କେମିତି ?

ଗୋପାଳକୁ ସନାତନ କହିଲା - ତୁମର ବୟସ କେତେ ? ଖାତାରେ ଲୁଚେଇ ଲେଖ।

(କ) ଗୋପାଳ ଲୁଚେଇ ଲେଖିଲା। (ଧରାଯାଉ: ୧୪)

(ଖ) ସନାତନ କହିଲା - ସେଥିରେ ୯୦ (କୁହୁକ ସଂଖ୍ୟା) ମିଶାଅ। (୧୪ + ୯୦ = ୧୦୪

(ଗ) ମିଶାଣ ଫଳର ବାମ ପାଖ ଅଙ୍କକୁ ଆଣି ବଳକା ସଂଖ୍ୟା ସହ ମିଶାଅ। ([୧]୦୪+୧=୫)

ସନାତନ କହିଲା କେତେ ହେଲା ? ଗୋପାଳ କହିଲା ୫ ।

(ଘ) ମିଶାଣ ଫଳ ୫ରେ ୯ ମିଶାଇ ସନାତନ କହିଲା - ତୁମର ବୟସ ୧୪। (୫ + ୯=୧୪)

(କେମିତି ହେଲା - କାହିଁକି ହେଲା - ବୁଝାଅ)

(୯୦ ବଦଳରେ ଅନ୍ୟ କୁହୁକ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ବୟସ କହିହେବ କି ?) **ସମାଧାନ ପଠାଇଲେ ପ୍ରକାଶ ପାଇବ।**

କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ

ଇଂ ମାୟାଧର ସ୍ୱାଇଁ

ଜୋହାନ୍ସ କେପଲର :

ଜୋହାନ୍‌ସ କେପଲର (1571-1630) ହେଉଛନ୍ତି ସପ୍ତଦଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଜଣେ ବିଶିଷ୍ଟ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନୀ । ସେ 1571 ମସିହା ଡିସେମ୍ବର ମାସ 27 ତାରିଖରେ ଜର୍ମାନୀର ୱେଲ୍‌ଠାରେ ଜନ୍ମଗ୍ରହଣ କରିଥିଲେ । ଟ୍ୟୁବିନ୍‌ଜେନ୍ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ଉତ୍ତୀର୍ଣ୍ଣ ହେବା ପରେ ତାଙ୍କୁ 1594 ମସିହାରେ ଅଷ୍ଟ୍ରିଆର ଗ୍ରାକ୍ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ପ୍ରଫେସର ଭାବେ ନିଯୁକ୍ତି ମିଳିଲା । ସେ 1600 ମସିହାରେ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ ଛାଡ଼ି ଅନ୍ୟତମ ବିଶିଷ୍ଟ: ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଦ ଟାଇକୋ ବ୍ରାହେଙ୍କ ସହକର୍ମୀ ଭାବେ ଯୋଗ ଦେଲେ । ବ୍ରାହେ ସମ୍ରାଟ ଦ୍ୱିତୀୟ ରୁଡୋଲଫଙ୍କ ଦରବାରରେ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଦ ଭାବେ କାମ କରୁଥିଲେ । 1601 ମସିହାରେ ତାଙ୍କ ମୃତ୍ୟୁ ପରେ କେପଲର ସେହି ପଦରେ ଅବସ୍ଥାପିତ ହେଲେ । କେପଲର ନିଜ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ତଥ୍ୟ ଏବଂ ବ୍ରାହେଙ୍କ ସଂଗୃହୀତ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଦୀୟ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରି ସୂର୍ଯ୍ୟ ଚାରିପଟେ ଗ୍ରହଗୁଡ଼ିକର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତିନୋଟି ନିୟମ ଆବିଷ୍କାର କରି ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନ ଇତିହାସରେ ଅମର ହୋଇ ରହିଛନ୍ତି । ଏଠାରେ ତାଙ୍କର ଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଗୋଟିଏ ତତ୍ତ୍ୱକୁ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣିମ ଅନୁପାତ

କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ ସହ ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣିମ ଅନୁପାତ (Golden ratio) ସଂଶ୍ଳିଷ୍ଟ ଥିବାରୁ ପ୍ରଥମେ ଏହା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ନିଅ $(a > b)$

ଯଦି $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$ ହୁଏ ତାହାହେଲେ ଏହି ଅନୁପାତକୁ ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣିମ ଅନୁପାତ କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ ଗ୍ରୀକ୍ ଅକ୍ଷର ଫାଏ (ϕ) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

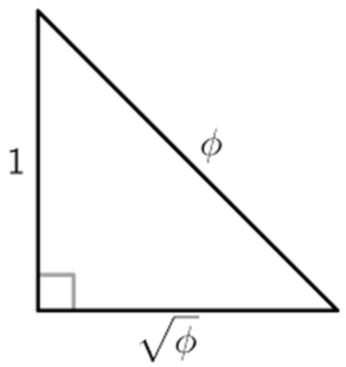
ଏଣୁ, $\phi = \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a}$ କିମ୍ବା $\phi = 1 + \frac{1}{\phi}$ କିମ୍ବା $\phi^2 - \phi - 1 = 0$

ଏହାକୁ ସମାଧାନ କରି ଆମେ ପାଇବା, $\phi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

ଏହାର ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣିମ ଅନୁପାତ କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

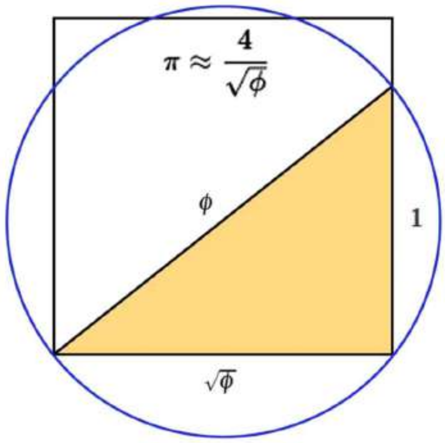
ଏହା ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି 1.618033987...

କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ :



କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଗୁଣୋତ୍ତର ଶ୍ରେଣୀ (geometric progression) ରେ ଥାଏ ଏବଂ ଏହାର ସାଧାରଣ ଅନୁପାତ (Common Ratio) ହେଉଛି $\sqrt{\phi}$; ଅର୍ଥାତ୍ ଏହି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଅନୁପାତ ହେଉଛି $1 : \sqrt{\phi} : \phi$ କିମ୍ବା ଆନୁମାନିକ ଭାବେ 1:1.272:1.618 । ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗ ମଧ୍ୟ ଗୁଣୋତ୍ତର ଶ୍ରେଣୀରେ ଥାଏ ଯାହାର ସାଧାରଣ ଅନୁପାତ ହେଉଛି ϕ ; ଅର୍ଥାତ୍ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗର ଅନୁପାତ ହେଉଛି $1 : \phi : \phi^2$ ।

ଜୋହାନ୍ସ କେପଲର ପ୍ରଥମେ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର ଧାରଣା ଦେଇଥିବାରୁ ଏହାକୁ ତାଙ୍କ ନାମାନୁସାରେ କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ଏଥିରେ ଗଣିତର ଦୁଇଟି ମୌଳିକ ଅବଧାରଣାର ସଂଯୋଗ ଘଟିଚି । ଏହା ହେଉଛି ପିଥାଗୋରାସ ଉପପାଦ୍ୟ ଓ ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣିମ ଅନୁପାତ । ଏହି ଦୁଇଟି ଗାଣିତିକ ତତ୍ତ୍ୱ କେପଲରଙ୍କୁ ଗଭୀର ଭାବେ ଆକର୍ଷିତ କରିଥିଲା । ସେ କହିଥିଲେ, "ଜ୍ୟାମିତିରେ ଦୁଇଟି ବଡ଼ ସମ୍ପତ୍ତି ଅଛି । ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ପିଥାଗୋରାସ୍ ଉପପାଦ୍ୟ ଓ ଅନ୍ୟଟି ହେଉଛି ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣିମ ଅନୁପାତ । ପ୍ରଥମଟିକୁ ଆମେ ସୁନା ସହ ତୁଳନା କରି ପାରିବା ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟଟିକୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ଅମୂଲ୍ୟ ରତ୍ନ କହିପାରିବା ।"



କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରକୃତି

୧ – କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ ହେଉଛି ଏକମାତ୍ର ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଗୁଣୋତ୍ତର ଶ୍ରେଣୀରେ ରହିଥାଏ ।

୨ – କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିକୁ ନେଇ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ (circumference) ଅଙ୍କନ କର ।

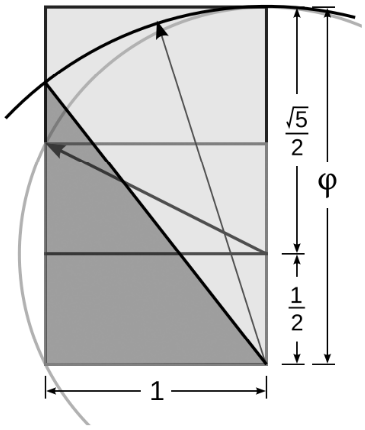
(ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ହେବ ପରିବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ।)

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = $4\sqrt{\phi} = 5.0884$

ବୃତ୍ତର ପରିସୀମା = $\pi \cdot \phi = 5.083$

ଏଥିରୁ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଓ ବୃତ୍ତର ପରିସୀମା ହେଉଛି ପ୍ରାୟ ସମାନ । ପାର୍ଥକ୍ୟ 0.1 ପ୍ରତିଶତରୁ କମ୍‌। ଏଥିରୁ ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିବା ଯେ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଓ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା କଦାପି ସମାନ ହୋଇ ପାରିବ ନାହିଁ । ଏଥିରୁ ମଧ୍ୟ ଆମେ πର ଗୋଟିଏ ଆନୁମାନିକ ମୂଲ୍ୟ ପାଇପାରିବା। ଦୁଇଟିଯାକ ପରିସୀମା ହେଉଛି ପ୍ରାୟ ସମାନ।

ଏଣୁ $\pi\,.\,\phi = 4\sqrt{\phi}$ କିମ୍ବା $\dfrac{4}{\sqrt{\phi}}$



୩. ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କର ଗାଣିତିକ ମାଧ୍ୟ (arithmatic mean ବା A.M.) ଜ୍ୟାମିତିକ ମାଧ୍ୟ (geometric mean ବା G.M) ଓ ହରାତ୍ମକ ମାଧ୍ୟ (harmonic mean ବା H.M.) ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହୋଇ ପାରିବ, କେବଳ ଯଦି ସେହି ତ୍ରିଭୁଜ ଗୋଟିଏ କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ ହୋଇଥିବ।

$$\text{A.M.} = \frac{a+b}{2};\quad \text{G.M.} = \sqrt{a.b};\quad \text{H.M.} = \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a+b}$$

କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ

୧ – ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

୨ – ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ମଧ୍ୟଭାଗରୁ ବିପରୀତ କୋଣରୁ ଯୋଗ କର ।

୩ – ଏହି ସରଳରେଖାକୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଭାବେ ନେଇ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତାକୁ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବ।

୪ – ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣିମ ଆତକ୍ଷେତ୍ର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କର (ଏହାର ଦୁଇ ବାହୁର ଅନୁପାତ ହେଉଛି $1 : \phi$)।

୫ – ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣିମ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁକୁ ଛେଦ କରିବ। ଏହି ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଏକ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ।

(କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ)

ଇନଫିନିଟି କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁ K, $K\sqrt{\phi}$ ଓ $K\phi$ ହେଲେ $(K > 0)$ ଏହା ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ । କାରଣ $(K\phi)^2 = (K\sqrt{\phi})^2 + K^2$

ଏଣୁ K ର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ନେଇ ଅନେକ କେପଲର ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇହେବ।

୭୦, ଲକ୍ଷ୍ମୀ ବିହାର ଫେଜ – ୧, ଭୁବନେଶ୍ୱର – ୭୫୧୦୧୮
ଫୋନ୍‌ – ୯୪୩୮୬୯୩୭୨୪

SOME SPECIAL SEQUENCES

Sj. Rajani Kanta Mishra

Few formulae regarding sum of powers of natural numbers are given below for our use.

(1) a. $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + n = \frac{n+1}{2}$

b. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

c. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

d. $1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots\ldots + n^4 = n(n+1)(6n^3 + 9n^2 + 1-1)/30$

e. $1^5 + 2^5 + 3^5 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n^5 = n(n+1)(2n^4 + 4n^3n^2 - 1)/12$

Now, let us discuss about the sequences containing product of consecutive natural numbers in each team. The sum(s) of 'n' teams will be evaluated as under.

(2) $S = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ 'n'terms

n^{th} term $= t_n = n(n+1) = n^2 + n$

1^{st} term $= t_1 = 1^2 + 1$

2^{nd} term $= t_2 = 2^2 + 2$

---

n^{th} term $= t_n = n^2 + n$

$S = (t_n + t_2 + \ldots\ldots + t_n) = (1^2 + 2^2 + \ldots\ldots + n^2) + (1 + 2 + \ldots\ldots + n)$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2} + \left(\frac{2n+1}{3} + 1\right)$$

$$= \frac{n(n+1)}{6} + \left(\frac{2n+1+3}{3}\right) = \frac{n(n+1)}{2} + \left(\frac{2n+4}{3}\right)$$

$$= \frac{n(n+1)2.(n+2)}{2\times 3} = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

(3) S = 1 x 2 x 3 + 2 x 3 x 4 ………………‘n’terms

$t_n = n(n+1)(n+2) = n^3 + 3n^2 + 2n$

$t_1 = 1^3 + 3.1^2 + 2.1$

$t_2 = 2^3 + 3.2^2 + 2.2$

——————————————

$t_n = n^3 + 3.n^2 + 2.n$

$S = (t_n + t_1 + \ldots\ldots + t_n)$

$= (1^3 + 2^3 + \ldots + n^3) + 3.(1^2 + 2^2 + \ldots\ldots + n^2) + 2.(1 + 2 + \ldots\ldots + n)$

$$= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 + \frac{3.n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{2.n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left\{\frac{n(n+1)}{2} + \frac{3.(2n+1)}{3} + 2\right\}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}.\left(\frac{n^2 + n + 4n + 2 + 4}{2}\right)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}.\left(\frac{n^2 + 5n + 6}{2}\right) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

(4) S = 1 x 2 x 3 x 4 + 2 x 3 x 4 x 5 ………………‘n’terms

$t_n = n(n+1)(n+2)(n+3) = (n^3+3n^2+2n)(n+3)$

$= n^4 + 3n^3 + 3n^3 + 9n^2 + 2n^2 + 6n$

$= n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n$

$t_1 = 1^4 + 6.1^3 + 11.1^2 + 6.1$

$t_2 = 2^4 + 6.2^3 + 11.2^2 + 6.2$

$t_n = n^4 + 6.n^3 + 11.n^2 + 6.n$

$S = (t_1 + t_2 + \dots + t_n)$

$= (1^4 + 2^4 + \dots + n^4) + 6(1^3 + 2^3 + \dots + n^3) + 11(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + 6(1 + 2 + \dots + n)$

$$= \frac{n(n+1)(6n^3+9n^2+n-1)}{30} + 6.\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 + \frac{11n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{6n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left\{\frac{(6n^3+9n^2+n-1)}{15} + \frac{6n(n+1)}{2} + \frac{11n(2n+1)}{3} + 6\right\}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left\{\frac{(6n^3+9n^2+n-1)}{15} + 3n(n+1) + \frac{11n(2n+1)}{3} + 6\right\}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left\{\frac{6n^3+9n^2+n-1+45n^2+10n+55+90}{15}\right\}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left(\frac{6n^3+54n^2+156n+144}{15}\right)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}.\frac{6}{15}\left(n^3+9n^2+26n+24\right)$$

$$= \frac{n(n+1)}{5}\left(n^3+2n^2+7n^2+14n+12n+24\right)$$

$$= \frac{n(n+1)}{5}\{n^2(n+2) + 7n(n+2) + 12(n+2)\}$$

$$= \frac{n(n+1)}{5}.(n \ \ +2)(n^2+7n+12)$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{5}$$

(5) Similarly, it can be proved that

1 x 2 x 3 x 4 x 5 + 2 x 3 x 4 x 5 x 6 ....'n'terms

$$= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)}{6}$$

Proof :-

L.H.S. = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 + 2 x 3 x 4 x 5 x 6 ....'n'terms

t_n = n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)

= $(n^4+6n^3+11n^2+6n)(n+4)$

= $n^5 +4n^4+6n^4+24n^3+11n^3+44n^2+6n^2+24n$

= $n^5+10n^4+35n^3+50n^2+24n$

$t_1 = 1^5 + 10.1^4 + 35.1^3 + 50.1^2 + 24.1$

$t_2 = 2^5 + 10.2^4 + 35.2^3 + 50.2^2 + 24.2$

$t_n = n^5 + 10.n^4 + 35.n^3 + 50.n^2 + 24.n$

$S = (t_1 + t_2 + \dots\dots\dots + t_n) = (1^5 + 2^5 + \dots\dots + n^5) + 10(1^4 + 2^4 + \dots\dots + n^4) +$

$35(1^3 + 2^3 + \dots\dots + n^3) + 50(1^2 + 2^2 + \dots\dots + n^2) + 24(1 + 2 + \dots\dots + n)$

$$= \frac{n(n+1)(2n^4+4n^3+n^2+n)}{12} + \frac{10.n(n+1)(6n^3+9n^2+n-1)}{30} +$$

$$35\left\{\frac{n(n+1)^2}{2}\right\} + \frac{50.n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{54.n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left\{\frac{2n^4+4n^3+n^2-n}{6} + \frac{2}{3}(6n^3+9n^2+n-1) + \frac{35.n(n+1)}{2} + \frac{50,(2n+1)}{3} + 24\right\}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left(\frac{2n^4+4n^3+n^2+24n^3+36n^2+4n-4+105n^2+105n+200n+100+144}{6}\right)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left(\frac{2n^4+28n^3+142n^2+308n+240}{6}\right)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}.\frac{2(4n^4+14n^3+71n^2+154n+120)}{6}$$

$$= \frac{n(n+1)}{6}.(n^4+14n^3+71n^2+154n+120)$$

R.H.S. $= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)}{6}$

$$= \frac{n(n+1)\left(n^2+5n+6\right)\left(n^2+9n+20\right)}{6}$$

$$= \frac{n(n+1)}{6}\left(n^2+9n^4+20n^2+5n^3+45n^2+100n+6n^2+54n+120\right)$$

$$= \frac{n(n+1)\left(n^4+14n^3+71n^2+154n+120\right)}{6}$$

$\Rightarrow$ L.H.S. = R.H.S.

The above sequences are listed below :-

1) 1+2+…….+ n = $\frac{n(n+1)}{2}$

2) 1x2 + 2x3 +………….. ‘n’ terms = $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

3) 1x2x3 + 2x3x4 +………….. 'n' terms $= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

4) 1x2x3x4 + 2x3x4x5 +………….. 'n' terms $= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{5}$

5) 1x2x3x4x5+2x3x4x5x6+……..'n'terms $= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)}{6}$

Proceedings this way, if we take 'r' numbers in each term, then sum(s) of such 'n' terms will be as under :-

S =1 x 2 x......x r + 2 x 3 x........x (r+1) + 3 x 4 x.........x (r+2) upto 'n' terms

t_n = 1 x 2 x......x {r+(n–1)}

$$S = \frac{n(n+1)(n+2).....(n+r)}{r+1}$$

Let us test this example through an example.

Ex(1) –

S = 1x2 x3x4 x 5 x 6 + 2 x 3 x 4 x 5 x 6 x 7 + 3 x 4 x 5 x 6 x 7 x 8 = ?

As per formulae, r = 6, n = 3, r + n = 9

$$S = \frac{3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}{7} = 25{,}920$$

By actual calculation,

1st term = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6 = 720

2nd term = 2 x 3 x 4 x 5 x 6 x 7 = 5040

3rd term = 3 x 4 x 5 x 6 x 7 x 8 = 20160

The formula is valid for the natural numbers.

At – Laxmanpur, Po – Kamagarh,
Dist – Jajpur, PIN – 755043
Mob - 9874038882

ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ପଥ

ଶ୍ରୀ କ୍ଷେତ୍ରବାସୀ ଦାସ

ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ପ୍ରତି ଭୟ ସତେ ଯେପରି ସହଜାତ । ସେଥିରେ ପୁଣି ଅଲମ୍ପିୟାଡ୍ ଗଣିତର ନାଁ ଶୁଣିଲେ ତା ପାଖ ମାଡ଼ିବାକୁ ଚାହାଁନ୍ତି ନାହିଁ । ଦେଖାଯାଏ ବହୁ ସୁପ୍ରତିଷ୍ଠିତ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ମଧ୍ୟ ଅଲମ୍ପିୟାଡ୍ ଗଣିତ ସମାଧାନ କରିବାରେ ବିଫଳ ହୁଅନ୍ତି ।

ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ପ୍ରତି ଯେଉଁ ଅହେତୁକ ଭୟ ରହିଛି, ସେଥିପାଇଁ ବାସ୍ତବରେ ସେମାନେ ଦାୟୀ ନୁହଁନ୍ତି । ବରଂ ଦାୟୀ ଅଟନ୍ତି ପିଲାର ପିତାମାତା, ଅଭିଭାବକ, ସର୍ବୋପରି ଆମେମାନେ । ଆମେ ପିଲା ପାଇଁ ଗଣିତକୁ ସରଳ, ସାବଲୀଳ, ସରସ ଓ ମନଛୁଆଁ କରିବା ପାଇଁ ଯଥେଷ୍ଟ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତି ନାହିଁ। ସମାଧାନ କରିବାର ବିଭିନ୍ନ ସରଳ କୌଶଳ ଶିକ୍ଷା ଦେବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଧାରାରେ ଅଙ୍କଟିର ସମାଧାନ କରିବାକୁ କହିଥାନ୍ତି । ପରୋକ୍ଷରେ ଗଣିତକୁ ସ୍ୱଶିକ୍ଷଣ ନ କରାଇ ମୁଖସ୍ଥ କରିବାକୁ ବାଧ୍ୟ କରିଥାନ୍ତି ।

କିଛି ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ବସନ୍ତ ଏକ ଭୟାନକ ପ୍ରାଣଘାତୀ ମହାମାରୀ ରୂପେ ଦେଖାଦେଇଥିଲା । ବସନ୍ତ ରୋଗର ପ୍ରତିଶେଧକ 'ଗୋବୀଜ ଟିକା' ଉଦ୍ଭାବନ ନ ହେବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହିରୋଗର ନାଁ ଶୁଣିଲେ ମନୁଷ୍ୟସମାଜ ଭୟରେ ଥରୁଥିଲା । ଯେଉଁ ବୈଜ୍ଞାନିକ 'ଗୋବୀଜଟିକା' ଉଦ୍ଭାବନ କଲେ ତାଙ୍କରି କୌଶଳକୁ ଯଦି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଉପଯୋଗ କରାଯାଇପାରନ୍ତା, ତେବେ ପିଲାମାନଙ୍କ ମନରୁ ମଧ୍ୟ ଗଣିତ ଭୟ ଦୂର ହୋଇ ପାରନ୍ତା ।

ଗୋବୀଜଟିକାରେ ସୁସ୍ଥ ଲୋକର ଶରୀର ମଧ୍ୟକୁ ଦୁର୍ବଳ ବସନ୍ତ ରୋଗର ଜୀବାଣୁ ଛାଡ଼ି ଦିଆଯାଏ । ଶରୀରର ରୋଗ ପ୍ରତିରୋଧି ଶକ୍ତିକୁ ସହାୟକ ଦ୍ରବ୍ୟ ଯୋଗାଇବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସେହି ରୋଗ ଜୀବାଣୁଙ୍କ ସହଲଢ଼ିବାକୁ ଦିଆଯାଏ । ଫଳରେ ଶରୀରର ରୋଗ ପ୍ରତିରୋଧୀ ଶକ୍ତିସେହି ଜୀବାଣୁଙ୍କ ସହ ଲଢ଼ି ଶେଷରେ ବିଜୟୀ ହୁଅନ୍ତି ଓ ସେହି ପ୍ରକାର ରୋଗ ଜୀବାଣୁଙ୍କ ସହ ଲଢ଼ିବାର ବିଭିନ୍ନ କୌଶଳ ଶିକ୍ଷା କରନ୍ତି । ରୋଗ ପ୍ରତିରୋଧୀ ଶକ୍ତିର ମନୋବଳ ଦୃଢ଼ ହୁଏ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ସେହି ରୋଗ ଜୀବାଣୁଠାରୁ ଯଥେଷ୍ଟ ଶକ୍ତିଶାଳୀ ବସନ୍ତରୋଗର ଜୀବାଣୁକୁ ପ୍ରତିରୋଧ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହୁଅନ୍ତି ଓ ଆମକୁ ରୋଗ ଦାଉରୁ ରକ୍ଷା କରନ୍ତି।

ଠିକ ସେହିପରି ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣକୁ ସରଳରୁ ଜଟିଳକୁ ଶିକ୍ଷା ଦେଲେ ଓ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଯେକୌଣସି ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାକୁ ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରେ ବୋଲି ମନୋବଳ ବୃଦ୍ଧି କଲେ, ପିଲାମାନଙ୍କର ଗଣିତ ପ୍ରତି ଭୟ ଦୂରହେବ ଓ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହୀ ହେବେ ।

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଗଣିତ ଅଲମ୍ପିୟାଡ୍ ପରୀକ୍ଷାରେ ପଚରା ଯାଇଥିବା ଏକ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଛଅଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କୌଶଳରେ ସମାଧାନ କରାଯାଇ ପିଲାମାନଙ୍କର ମନୋବଳକୁ ସୁଦୃଢ଼ କରିବାକୁ ଓ ଗଣିତ ପ୍ରତି ଥିବା ଭୟକୁ ଦୂର କରିବାକୁ ପ୍ରୟାସ କରଯାଇଛି ।

ପ୍ରଶ୍ନ : Δ ABCର AB =60 ସେ.ମି., BC=100 ସେ.ମି. ଓ AC= ୪0 ସେ.ମି. ଏବଂ D, BC ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ΔABDର ପରିସୀମା = ΔACD ର ପରିସୀମା ହେଲେ, AD କେତେ ସେ.ମି. ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

Solution - 1 :

ABC ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ । AB = 60 cm, AC = 80 cm, BC = 100 cm. D. BC ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ।

$\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

ABC ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ($\because$ $60^2 + 80^2 = 100^2$) ଓ $m\angle BAC$ ସମକୋଣ ।

ଏଣୁ ABC ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ½ AB × AC = ½ BC × AE

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 60 \times 80 = \frac{1}{2} \times 100 \times AE$

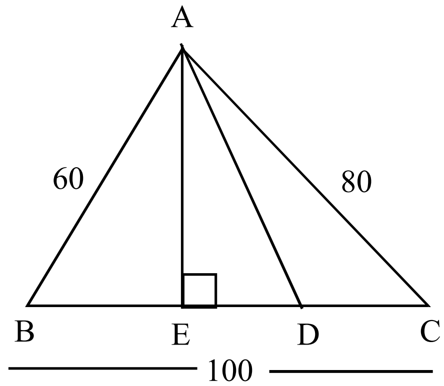
$\Rightarrow AE = \dfrac{60 \times 80}{100} = 48$ cm.

ବର୍ତ୍ତମାନ ABE ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ

$BE^2 = AB^2 - AE^2 = 60^2 - 48^2 = 3600 - 2304 = 1296$ cm^2

$\therefore BE = \sqrt{1296} = 36$ cm

ଓ $CE = 100 - 36 = 64$ cm



ପ୍ର.ଅ. ABC Δ ର ପରିସୀମା = Δ ACD ର ପରିସୀମା

$\Rightarrow AB + BD + AD = AC + CD + AD$

$\Rightarrow AB + BD = AC + CD$

$\Rightarrow AB + BE + ED = AC + CE - ED$

$\Rightarrow 60 + 36 + ED = 80 + 64 - ED$

$\Rightarrow 2ED = 80 + 64 - 60 - 36 = 48$cm

$\Rightarrow ED = \dfrac{48}{2} = 24$cm

ବର୍ତ୍ତମାନ AED ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ

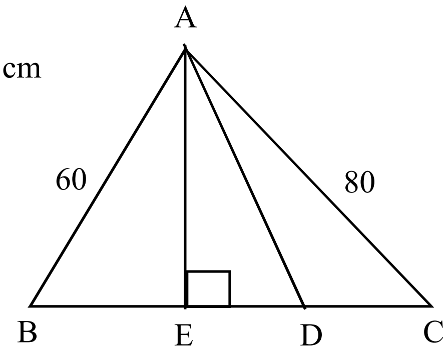
$AD^2 = AE^2 + ED^2$

$= 48^2 + 24^2$

$= 2304 + 576 = 2880$cm^2

$AD = \sqrt{2880} = 24\sqrt{5}$ cm (ANS)

Solution - 2



ABC Δ ରେ AB = 60 cm, AC = 80 cm, BC = 100 cm

$\Rightarrow$ ABC ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ($\because$ $60^2 + 80^2 = 100^2$)

ଓ $\angle A$ ସମକୋଣ

$\overline{AE} \perp \overline{BC}$ (ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ)

Projection theorem of Right triangle ଅନୁଯାୟୀ

$AB^2 = BE \times BC$

$AC^2 = CD \times CB$

ଓ $AE^2 = BE \times CE$

ଏଣୁ (1) $AB^2 = BE \times BC$

$$\Rightarrow 60^2 = BE \times 100 \Rightarrow BE = \frac{3600}{100} = 36cm.$$

(2) $AC^2 = CD \times CB$

$$\Rightarrow 80^2 = CD \times 100 \ . \ CD = \frac{6400}{100} = 64cm$$

(3) $AE^2 = BE \times CE$

$$\Rightarrow AE^2 = 36 \times 64 \Rightarrow AE = \sqrt{36 \times 64} = 48cm$$

ପ୍ର. ଅ. Δ ABD ର ପରିସୀମା = Δ ACD ର ପରିସୀମା

$\Rightarrow AB + BD + AD = AC + CD + AD$

$\Rightarrow AB + BE + ED = AC + CE - ED$

$\Rightarrow 60 + 36 + ED = 80 + 64 - ED$

$\Rightarrow 2ED = 80 + 64 - 60 - 36 = 48cm$

$$\Rightarrow ED = \frac{48}{2} = 24cm$$

Δ AED ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ

$AD^2 = AE^2 + ED^2 = 48^2 + 24^2 = 2880$

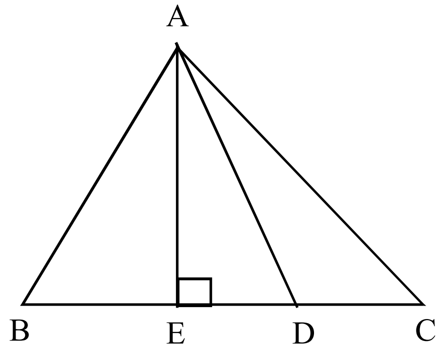
$\Rightarrow AD = \sqrt{2880} = 24\sqrt{5}$ cm. (Ans)

Solution - 3

ABC ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ, AB = 60cm, AC = 80cm ଓ BC = 100cm

$\therefore$ ABC ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ($\because\ 60^2 + 80^2 = 100^2$)

$\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ



Δ AEB ଓ Δ ABC ମଧ୍ୟରେ

$m\angle BAC = m\angle AEB = 90^0$

$\angle B$ = ସାଧାରଣ କୋଣ

$\therefore \Delta AEB \sim \Delta ABC$

$\Rightarrow \dfrac{BE}{AB} = \dfrac{AB}{BC}$ (ତ୍ରିଭୁଜ ସାଦୃଶ୍ୟତା ନିୟମ)

$\Rightarrow AB^2 = BE \times BC$

$\Rightarrow 60^2 = BE \times 100 \Rightarrow BE = \dfrac{3600}{100} = 36cm$

$\therefore CE = 100 - 36 = 64cm$

ଏବଂ $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow AE = \dfrac{AC \times AB}{BC} = \dfrac{80 \times 60}{100} = 48cm$

ପ୍ର.ଅ. Δ ABD ର ପରିସୀମା = Δ ACD ର ପରସମା।

$\Rightarrow AB + BD + AD = AC + CD + AD$

$\Rightarrow AB + BD = AC + CD$

$\Rightarrow AB + BE + ED = AC + CE - ED$

$\Rightarrow 60 + 36 + ED = 80 + 64 - ED$

$\Rightarrow 2ED = 80 + 64 - 60 - 36 = 48cm$

$\therefore ED = 48 / 2 = 24cm$

AED ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $AD^2 = AE^2 + ED^2 = 48^2 + 24^2 = 2304 + 576 = 2880$ cm2

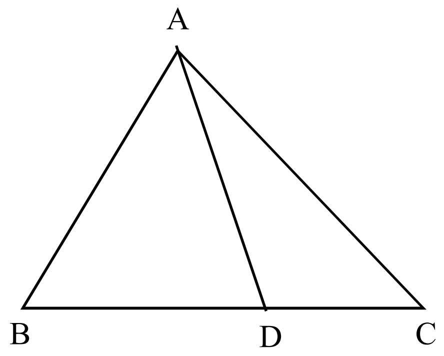
$\therefore AD = \sqrt{2880} = 24\sqrt{5}$ cm (Ans)

Solution - 4 :

Δ ABCରେ AB = 60cm, AC = 80cm ଓ BC = 100cm

D, BC ଉପରିସ୍ଥ ଏକବିନ୍ଦୁ

ଧରାଯାଉ, BD = m ଓ CD = n



m + n = a = 100cm

AD = d ହେଉ

ପ୍ର.ଅ. Δ ABD ର ପରିସୀମା = Δ ACD ର ପରିସୀମା

$\Rightarrow c + m + d = b + n + d$

$\Rightarrow c + m = b + n$

$\Rightarrow 60 + m = 80 + n$

$\Rightarrow m - n = 80 - 60 = 20$

$\Rightarrow m + n = 100$

$\Rightarrow$ 2m = 120cm ଓ m = 60cm, n = 40cm

Pythagoras stewart theorem ଅନୁଯାୟୀ

$mb^2 + nc^2 = a(d^2 + mn)$

$\Rightarrow 60 \times 80^2 + 40 \times 60^2 = 100(d^2 + 60 \times 40)$

$\Rightarrow 60 \times 40 (80 \times 2 + 60) = 100(d^2 + 2400)$

$$\Rightarrow \frac{60 \times 40}{100} \times 220 = d^2 + 2400$$

$\Rightarrow d^2 = 5280 = 2400 = 2880\text{cm}^2$

$\Rightarrow d = \sqrt{2880} = 24\sqrt{5}$ cm

$\therefore d = AD = 24\sqrt{5}$ cm

Solution - 5

ABC ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଏହାର AB=60cm, AC=80cm ଓ BC=100cm

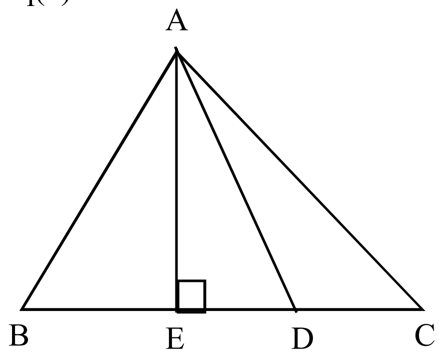
D, $\overline{BC}$ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ

$\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ । $\Rightarrow$ CE + BE = 100cm

ଏଣୁ CBE Δ ଓ ACD Δ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ

$\Rightarrow AE^2 + CE^2 = AC^2 = 80^2 = 6400$ -eq(1)

ଓ $AE^2 + BE^2 = AB^2 = 60^2 = 3600$ -eq(2)



Eq(1) ରୁ Eq(2) କୁ ବିୟୋଗ କରେ

$CE^2 - BE^2 = 2800$

$\Rightarrow (CE+BE)(CE-BE) = 2800$

$\Rightarrow 100 \times (CE-BE) = 2800$

$\therefore CE - BE = \frac{2800}{100} = 28cm$

ଆମେ ଜାଣୁ CE+BE = 100cm

ଯୋଗ କଲେ $2CE = 128cm$

$\Rightarrow CE = \frac{128}{2} = 64cm$

$\therefore BE = BC-CE = 100 - 64 = 36cm$

ପୁଣି $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{60^2 - 36^2} = 48cm$

ପ୍ର. ଅ. ABD Δ ର ପରିସୀମା = ADC Δ ର ପରିସୀମା

ଅର୍ଥାତ୍ $AB+BD+AD = AC+CD+AD$

$\Rightarrow AB + BD = AC + CD$

$\Rightarrow AB + BE + ED = AC + CE - ED$

$\Rightarrow 60 + 36 + ED = 80 + 64 - ED$

$\Rightarrow 2ED = 80 + 64 - 60 - 36 = 48cm$

$\Rightarrow ED = \frac{48}{2} = 24cm$

AED ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $m\angle E =$ ସମକୋଣ

$\Rightarrow AD^2 = AE^2 + ED^2 = 48^2 + 24^2$

$\Rightarrow AD^2 = 2304 + 576 = 2880$

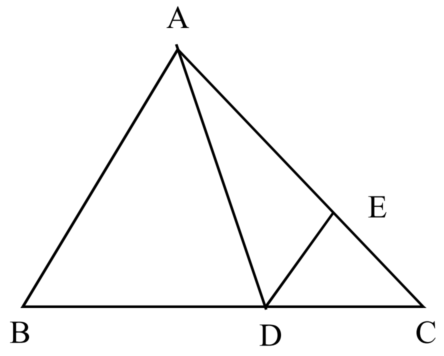
$\Rightarrow AD = \sqrt{2880} = 24\sqrt{5}$ cm. (Ans)

Solution - 6

ଏଠାରେ ABC Δ ର AB = 60, AC = 80 ଓ AC = 100cm

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ

Let BD = x $\therefore$ CD = 100 – x



ପ୍ର.ଅ ABD Δ ର ପରିସୀମା = ACD Δ ର ପରିସୀମା

ଏଣୁ, AB + BD + AD = AC + CD + AD

$\Rightarrow 60 + x = 80 + 100 - x$

$\Rightarrow 2x = 80 + 100 - 60 = 120x$

$\Rightarrow x = 60\text{cm}$

$\Rightarrow BD = 60\text{cm}$ ଓ $CD = 100 - 60 = 40\text{cm}$

ABC Δ ଓ EDC Δ ମଧ୍ୟରେ

$\angle C$ ଏକ ସାଧାରଣ କୋଣ

$m\angle BAC = m\angle CED = 90^0$

$\Rightarrow \Delta CED \sim \Delta BAC$

$$\Rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{CD}{BC} \Rightarrow \frac{ED}{60} = \frac{40}{100} \Rightarrow ED = \frac{40 \times 60}{100} = 24\text{cm}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{EC}{80} = \frac{24}{60}$$

$$\Rightarrow EC = \frac{24 \times 80}{60} = 32\text{cm}$$

$\therefore AE = AC - EC$

$= 80 - 32 = 48\text{cm}$

Δ ADE ର $AD^2 = AE^2 + ED^2$

$= 48^2 + 24^2 = 2304 + 576 = 2880\text{cm}^2$

$\Rightarrow AD = \sqrt{2880} = 24\sqrt{5}$ cm

ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଏହିଭଳି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତିରେ ଅଙ୍କଟିର ସମାଧାନ କରାଗଲେ ଗଣିତ, ସରଳ, ସରସ ଓ ଆକର୍ଷଣୀୟ ହେବ । ପିଲାମାନେ ଗଣିତ ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତି ଆଗ୍ରହୀ ହେବେ । ମେଧାବୀ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ନିଜର ସ୍ୱକୀୟ କୌଶଳ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଅଂକଟିକୁ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଆଗ୍ରହ ପ୍ରକାଶ କରିବେ।

Retd. Tr. Monpur Nodal U.P. School Aul

Ph : 9938391004

MATH IS POETRY

Sj. Prasanta Kumar Mahapatra

For me poetry is math
And math is poetry.
For mystery lies in math
And poetry leads to mystery.

I find a factor tree as beautiful
As the Champak in my courtyard.
The alligation mixture simply blows
My mind as a metaphor or a ballad.

Geometry has modified
My experience as a poet
As shapes have come into my poetry
And poetic lines in my teaching of math.

Math is a game of numbers
And poetry that of words
Equations are nothing but metaphors
Images are probabilities of playing cards.

A poet says one thing, but
A reader thinks more.
As a circle on the blackboard
Is a zero to one and world to another.

TGT Maths
Kendriya Vidyalaya No. 6
Pokhariput, Bhubaneswar

What is Real & How Does Complex come into Picture?

Sri Jayaprakash Gupta

What is Real?

We say something is Real if it has physical existence & evidence based, with scientific approach.

We start counting with 1. But 1 only as a number is abstract. Unless, it is associated with a physical quantity to get a unit sense, it has no meaning. When we say 1 + 1 = 2, we mean a unit of a physical quantity added to an extra unit of the same physical quantity make it 2 units.

A number line has no meaning without origin as 0 & unit length as 1.

Abstract when associated to a physical sense is perceived as real.

What is Complex?

It is something that isn't simple or straight forward and associated with a thought process. Imagination of the mind manifests itself as something that isn't real. It seems actual only to oneself and he/she can never convince fully about it to another person. Inferiority complex or superiority complex arise when one compares one's mental understanding of one's own physical state with that of another person.

Complex Number: The idea that the additive inverse of 1 exists and root of negativity needs some expression give rise to i = sqrt(-1) . A complex number z = x + i y has two parts, where x is real part and y is imaginary part.

x is physically measured as multiple of unit real length. Imaginary axis is perpendicular to x-axis and y is measured as multiples of i involved in the expression of z.

S/O Niranjan Lal Gupta, Gupta Complex, 1st Floor,
Salandi Bypass, Bhadrak, Odisha - 756100
9178749774(M)

ପିଲାବେଳ ସଂଖ୍ୟାଖେଳ

ଶ୍ରୀ ସରୋଜ କୁମାର ମହାନ୍ତି

ଜ୍ଞାନ ପ୍ରତି ଅହେତୁକ ଆକର୍ଷଣ ବ୍ୟକ୍ତିକୁ ମହାନତା ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ । ସଂଖ୍ୟା ଦେବୀଙ୍କ ଅନୁଗ୍ରହରୁ କେହି କେହି ବିସ୍ମୟ ବାଳକ ତ କେହି କେହି ସଂଖ୍ୟାନୁସନ୍ଧାନୀ ପାଇଟି ଯାଇଥାନ୍ତି । ଗଣିତ ରାଣୀଙ୍କ ଆଶୀର୍ବାଦରୁ କେହି କେହି ବିଶ୍ୱବିଖ୍ୟାତ ଗଣିତଜ୍ଞ ପରମାଣୁ ବିଜ୍ଞାନୀ, ବିଶ୍ୱବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡ ବିଜ୍ଞାନୀ ଭାବେ ରୂପାନ୍ତରିତ ହୋଇଥାନ୍ତି । ବିଦ୍ୟାଦାୟିନୀ ମା ବାଗ୍‌ଦେବୀ ତାଙ୍କ କୃପାଜାଲରେ ବନ୍ଧନ କରି ମାନବ ସମାଜର ଅଶେଷ କଲ୍ୟାଣ ସାଧନ କରିଥାନ୍ତି।

ଆଇନଷ୍ଟାଇନଙ୍କ ଭାଷାରେ "ଗଣିତର କ୍ଲିଷ୍ଟତାକୁ ଭୟ କରନାହିଁ, କାହିଁକିନା ଗଣିତକୁ ଭୟ କରୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠାରୁ ଭୟାଳୁ ବ୍ୟକ୍ତିଜଣକ ମୁଁ ନିଜେ।" ଠିକ ସେହିପରି ରାମାନୁଜନଙ୍କ ଭାଷାରେ ଗଣିତର ସମୀକରଣଟି ମୋ ପାଇଁ ଅର୍ଥହୀନ, ଯଦି ଗଣିତର ସମୀକରଣଟି ଈଶ୍ୱରଙ୍କ କୌଣସି ସତ୍ୟ, ତଥ୍ୟ ଅବା ତତ୍ତ୍ୱକୁ ବୁଝାଇନଥାଏ ।" ଏ ଦୁଇ ମହାନ ବ୍ୟକ୍ତି ଯଦିଓ ପୃଥିବୀର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନରେ ଜନ୍ମଗ୍ରହଣ କରି ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଗଣିତ ଜଗତକୁ ବହୁମୂଲ୍ୟ ତଥ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରି ପାରିଛନ୍ତି ତଥାପି ଗଣିତ ଯୁଦ୍ଧରେ ଅନେକ ଥର ଅସଫଳ ହୋଇଛନ୍ତି। ସେଥିପାଇଁ କୁହାଯାଇଛି "ବିଫଳତା, ସଫଳତାର ଚାବିକାଠି । ସେ ଯାହା ହେଉନା କାହିଁକି, ବାଲ୍ୟକାଳରୁ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରତି ଅହେତୁକ ଆକର୍ଷଣ ତାଙ୍କୁ ବିଶ୍ୱରେ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପରିଚୟ ପ୍ରଦାନ କରିଛି । ଆସନ୍ତୁ ଜାଣିବା କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ମାୟାଜାଲ ତାଙ୍କୁ ବାଲ୍ୟକାଳରେ ବାନ୍ଧି ରଖିଥିଲା।

Case -1 : AB AB AB ଏବଂ ABC ABC ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ, ଯଦି A, B, C ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ହୁଏ $(A \neq 0)$ ଅର୍ଥାତ AB ଓ ABC ଯଥାକ୍ରମେ 2 ଅଙ୍କ ଓ 3 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିଲେ ଯଦି AB କୁ 3n ଥର କିମ୍ବା ABC କୁ 2n ଥର ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ସଜାଇ ଦିଆଯାଏ, ତେବେ ଉତ୍ପନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଟି ନିଶ୍ଚିତ ରୂପେ 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ : (1) $141414 = 7 \times 20202$

(2) $143143 = 7 \times 20449$

ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ : (2) $141414141414141414 = 7 \times 20202020202020202$

$143143143143143143 = 7 \times 20449020449020449$

Case -2 : ରହସ୍ୟମୟ ସଂଖ୍ୟା = π (ପାଇ) = 3.142857...........

ଯଦି $\pi = \frac{22}{7}$ ହୋଇଥାନ୍ତା, ତେବେ $\pi = 3.\overline{142857}$ ହୋଇଥାନ୍ତା ବ୍ୟାବହାରିକ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ ଅନେକ ସମୟରେ π ର ମାନକୁ ଗଣିତ ବିଜ୍ଞାନ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\frac{22}{7}$ ନିଆଯାଇ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରାଯାଇଥାଏ । π ର ମାନ $\frac{22}{7}$ ପାଇଁ 142857 ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ଏହି ଘୂର୍ଣ୍ଣନସଂଖ୍ୟାକୁ 2 ରୁ 6 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳର ସମସ୍ତ ଅଙ୍କ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିଥାଏ, ଯେପରିକି –

142857 x 6 = 857142

ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ 3 ଟି ଅଙ୍କ ଓ ଶେଷ 3ଟି ଅଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଅଦଳବଦଳ ହେଉଛି । ଆଇନଷ୍ଟାଇନ ଦେଖିଲେ, ଯଦି 142857 ମଝିରେ ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟକ '9' ଅଙ୍କ ସ୍ଥାପନ କରି '6' ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରଯାଏ । ତେବେ ଗୁଣଫଳରେ 857142 ମଧ୍ୟରେ ସେତିକିଟି '9' ରହିବ ।

ଯେପରିକି $142999999857 \times 6 = 857999999142$

ପୁନଶ୍ଚ $142 + 857 = 999$

$142857 \times 7 = 999999$

$143 \times 999 = 142857$

ବିଶ୍ୱବିଖ୍ୟାତ ବୈଜ୍ଞାନିକ ଆଲବର୍ଟ ଆଇନଷ୍ଟାଇନ 1879 ମସିହା ମାର୍ଚ୍ଚ ମାସ 14 ତାରିଖରେ ଜର୍ମାନର ଉଲାମ ନାମକ ସହରରେ ଜନ୍ମଗ୍ରହଣ କରିଥିଲେ । ଜନ୍ମ ମାସ ଓ ଜନ୍ମ ତାରିଖର ସଂଖ୍ୟାଟି π ର ଦଶମିକ ମାନ ସହ $(\pi = 3.14)$ ସମ୍ପର୍କ ରଖୁଥିବାରୁ ଯୁଗ ପ୍ରବର୍ତ୍ତକ ଆଇନଷ୍ଟାଇନଙ୍କୁ ରହସ୍ୟମୟ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ରାଟ ଋଷି ପ୍ରତିମ ବୈଜ୍ଞାନିକଭାବେ ତାଙ୍କ ଜନ୍ମ ଦିବସକୁ ପୃଥିବୀର ଜନସମାଜ PI Day ର ମାନ୍ୟତା ଦେଇ ପାଳନ କରୁଛନ୍ତି ।

ମହାନ ଦାର୍ଶନିକ OSHOଙ୍କ ଭାଷାରେ (Einstine is like Mystic, Gautam Bhudh is like first Quantum Physicist) 'ଆଇନଷ୍ଟାଇନ ରହସ୍ୟମୟ ପ୍ରଥମ ପରମାଣୁ ବିଜ୍ଞାନୀ ଗୌତମ ବୁଦ୍ଧଙ୍କ ପରି ରହସ୍ୟମୟ ।'

Case - 3 :

ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ଘରୁ ବାହରି କିଛି ସମୟ ପରେ ଘରକୁ ଆସି କାନ୍ଥଘଣ୍ଟାକୁ ଦେଖି ଜାଣିଲେ ସେ ଯିବା ବେଳେ ଘଣ୍ଟାକଣ୍ଟା ଓ ମିନିଟ କଣ୍ଟା ଯେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ଥିଲା ପ୍ରତ୍ୟାବର୍ତ୍ତନ ସମୟରେ ସେମାନଙ୍କ ସ୍ଥାନ ଅଦଳବଦଳ ହୋଇଯାଇଛି । ଅର୍ଥାତ ଘଣ୍ଟାକଣ୍ଟା ସ୍ଥାନରେ ମିନିଟ କଣ୍ଟା ଓ ମିନିଟ କଣ୍ଟା ସ୍ଥାନରେ ଘଣ୍ଟା କଣ୍ଟା ଅଛି । ତେବେ ପ୍ରସ୍ଥାନ ଓ ପ୍ରବେଶ ସମୟ କିପରି ନିରୂପଣ କରିପାରିବ ?

ଏହି ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ଆଇନଷ୍ଟାଇନ ଦୁଇଟି ସମୀକରଣ ଉପଯୋଗ କରି ପ୍ରବେଶ ଓ ପ୍ରସ୍ଥାନ ସମୟ ନିରୂପଣ କରିପାରିଥିଲେ ।

ଯଦି ବ୍ୟକ୍ତିଜଣକ m ଟାରୁ (m + 1) ଟା ମଧ୍ୟରେ ଘରୁ ବାହାରି n ଟାରୁ (n + 1) ଟା ମଧ୍ୟରେ ଘରକୁ ଫେରି ଆସିଥାନ୍ତି, ତେବେ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ ହେବ

$y = 12(x - 5m)$ eq(1)

$x = 12(y - 5n)$ eq(2)

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟକୁ ସମାଧାନ କଲେ ପାଇବା

$$x = \frac{60(12m+n)}{143}, y = \frac{60(12n+m)}{143}$$

ତେଣୁ ବ୍ୟକ୍ତିର ପ୍ରସ୍ଥାନ ସମୟ = m ଘଣ୍ଟା $\frac{60(12n+m)}{143}$

ପ୍ରବେଶ ସମୟ = n ଘଣ୍ଟା $\frac{60(12m+n)}{143}$

m ଓ n ର ମାନ 1 ରୁ 12 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନେଲେ ଆମକୁ 12 $\times$ 12=144ଟି ସମାଧାନ ମିଳିବ । ମାତ୍ର m = n =1 ଏବଂ m = n = 12 ପାଇଁ ସମାଧାନଟି ସମାନ ହେଉଥିବାରୁ ମୋଟରେ 143 ଟି ସମାଧାନ ପାଇପାରିବେ । m = n ହେଲେ କଣ୍ଟାଦ୍ୱୟ ଶୂନ (୦) ଡିଗ୍ରୀ ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିବାରୁ କଣ୍ଟାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଗୋଟିଏ ଜାଗାରେ ମିଳିତ ହୋଇଯାନ୍ତି । ଏହି ସ୍ଥିତି 12 ଘଣ୍ଟାରେ 11 ଥର ସମ୍ଭବ ହେବ। ତେଣୁ ଅବଶିଷ୍ଟ 143 – 11 = 132 ଟି ସମାଧାନ ପାଇବେ । ମାତ୍ର ଘଣ୍ଟା କଣ୍ଟା ଓ ମିନିଟ କଣ୍ଟାର ଅଦଳବଦଳ ପରିସ୍ଥିତି 132ଟି ସମାଧାନ ମଧ୍ୟରୁ କେତୋଟି ସମାଧାନ ହେବ ? କଣ୍ଟାଦ୍ୱୟର ଏହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ପରସ୍ପର ବିନିମୟୀ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

Case - 4 :

ସଂଖ୍ୟା ଜଗତରେ ଏପରି କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଅଛନ୍ତି ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଶୋଭା ପାଉଛନ୍ତି । ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପର୍କରେ ଆଇନଷ୍ଟାଇନ ଜାଣିଥିଲେ । ଏଠାରେ କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଗଲା, ଯେପରିକି

$(5)^2 = 25$ $\quad$ $(76)^2 = 5776$

$(25)^2 = 625$ $\quad$ $(376)^2 = 141376$

$(625)^2 = 390625$ $\quad$ $(9376)^2 = 87909376$

$(90625)^2 = 8212890625$

ଏହିଭଳି ଅନେକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି, ଖୋଜିଲେ ପାଇ ପାରିବା।

Case - 5 :

ଆଇନଷ୍ଟାଇନ ନଦୀର ଗତିପଥ ଓ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଏକ ସୁନ୍ଦର ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରିଯାଇଛନ୍ତି । ଯଦି ନଦୀର ଆରମ୍ଭ ଓ ଶେଷ ଜଣାଯାଏ ତେବେ ନଦୀର ସର୍ପିଳ ଗତିପଥର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ନଦୀର ଆରମ୍ଭରୁ ଶେଷ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସରଳଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ନିଅନ୍ତୁ । ସରଳ ଦୈର୍ଘ୍ୟଟି ଯଦି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ହୁଏ ସର୍ପିଳ ଦୈର୍ଘ୍ୟଟି ନିଶ୍ଚିତ ରୂପେ ବୃହତ୍ତର ପରିଧି ହେବ । ପୁନଶ୍ଚ ସର୍ପିଳ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସରଳଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ $\pi = 3.14$ ହେବ।

Case - 6A :

ସାଧାରଣତଃ ଆମେ ଜାଣିଛେ

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 = 1 + x(x+2)$$

ରାମାନୁଜନ ତାଙ୍କ ବାଲ୍ୟକାଳରେ ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଅବିରତ ପ୍ରସାରିତ ଭଗ୍ନାଂଶର ସାଧାରଣ ନିୟମକୁ ସୃଷ୍ଟି କରିଥିଲେ । ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣରେ ‘x’ ର ମାନକୁ 2, 3, 4............ଇତ୍ୟାଦି ନେଲେ ହେବ

$3^2 = 1 + 2 \times 4 \Rightarrow 3 = \sqrt{1+2\times4}$

$4^2 = 1 + 3 \times 5 \Rightarrow 4 = \sqrt{1+3\times5}$

$5^2 = 1 + 2 \times 6 \Rightarrow 5 = \sqrt{1+4\times6}$

$6^2 = 1 + 5 \times 7 \Rightarrow 6 = \sqrt{1+5\times7}$

$7^2 = 1 + 6 \times 8 \Rightarrow 7 = \sqrt{1+6\times8}$

ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କଲେ ଏକ ନୂତନ ସମୀକରଣ ପାଇ ପାରିବ।

$$3 = \sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+5\sqrt{1+6\sqrt{1+7\sqrt{1+\ldots}}}}}}}$$

Case - 6B : ଠିକ୍ ସେହିପରି

$4^2 = 6 + 2 \times 5 \Rightarrow 4 = \sqrt{6+2\times5}$

$5^2 = 7 + 3 \times 6 \Rightarrow 5 = \sqrt{7+3\times6}$

$6^2 = 8 + 4 \times 7 \Rightarrow 6 = \sqrt{8+4\times7}$

$7^2 = 9 + 5 \times 8 \Rightarrow 7 = \sqrt{9+5\times8}$

Case - 6C :

$5^2 = 13 + 2 \times 6 \Rightarrow 5 = \sqrt{13+2\times6}$

$6^2 = 15 + 3 \times 7 \Rightarrow 6 = \sqrt{15+3\times7}$

$7^2 = 17 + 4 \times 8 \Rightarrow 7 = \sqrt{17+4\times8}$

ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟରୁ ମିଳୁଥିବା ଅବିରତ ପ୍ରସାରିତ ଭଗ୍ନାଂଶଟି ହେଲା

$$5 = \sqrt{13+2\sqrt{15+3\sqrt{17+4\sqrt{19+\ldots\ldots.}}}}$$

ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ (6A, 6B, 6C) ଆଧାର କରି ରାମାନୁଜନ 1911 ମସିହାରେ ତାଙ୍କର ବହୁଜନ ବିଦିତ ଅବିରତ ପ୍ରସାରିତ ଭଗ୍ନାଂଶ ସୃଷ୍ଟି କଲେ ଯାହାକୁ society ରେ ସର୍ବପ୍ରଥମେ ସ୍ଥାନ ଦେଲେ। ଏହି ପ୍ରସାରିତ ଭଗ୍ନାଂଶଟି ଥିଲା

$$x+n+a = \sqrt{ax+(n+a)^2+x\sqrt{a(x+n)+(n+a)^2+(x+n)\sqrt{\ldots\ldots\ldots.}}}$$

(1) x = 2, n = 1, a = 0 ନେଲେ 6A ପାଇବେ

(2) x = 2, n = 1, a = 1 ନେଲେ 6B ପାଇବେ

(3) x = 2, n = 1, a = 2 ନେଲେ 6C ପାଇବେ

ଯଦିଓ 6A ର ପ୍ରସାରିତ ଭଗ୍ନାଂଶଟିର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟକ ମାନ = 3 ହେଉଛି ପ୍ରସାରିତ ଭଗ୍ନାଂଶଟି ଅବିରତ ହେଉଥିବାରୁ 6Aର ପ୍ରକୃତ ମାନ $= \pi = 3.14\ldots$ ସହିତ ସମାନ ହେବ। ବାସ୍ତବିକ ଉଭୟ ଥିଲେ ବିଶ୍ୱର ରହସ୍ୟମୟ। ସେହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ କୁହାଯାଏ "One is history in the mistry of Science and other is history in the mistry of Mathematics.

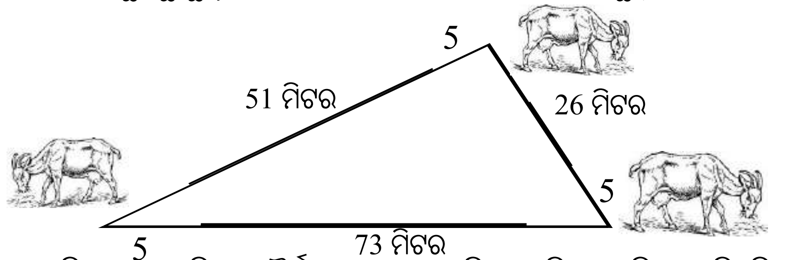
Odisha Space Applicatins Centre, Plot No. 45/48(P), Jaydev Vihar
Bhubaneswar, Mob : 9778029087

(ପାଠକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର) ଘାସ ପଡ଼ିଆରେ ଛେଳି

ପ୍ରଶ୍ନ ଗଠନ - ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ

ଉତ୍ତର : ବିନମ୍ର ମହାନ୍ତି

ପ୍ରଶ୍ନ : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଘାସ ପଡ଼ିଆର ତିନି କୋଣରେ ତିନିଟି ଛେଳି ଖୁଣ୍ଟରେ ପଘା ଦ୍ୱାରା ବନ୍ଧା ହୋଇଥିଲେ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛେଳି ପଡ଼ିଆର କଣ ଖୁଣ୍ଟରୁ ଖୁବ୍ ବେଶିରେ 5 ମିଟର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଘାସ ଚରି ପାରୁଥିଲେ ।



ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଘାସ ପଡ଼ିଆର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 73 ମି., 51 ମି.ଓ 26 ମି. । ଛେଳିଗୁଡ଼ିକ ଘାସ ଚରି ସାରିଲା ପରେ ଖୁଣ୍ଟରୁ ସେମାନଙ୍କୁ ଫିଟେଇ ଦେଇ ଘଉଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ଏବେ ପଡ଼ିଆର କେତେ ପରିମାଣ ଜମିରେ ଘାସ ରହିଲା ?

ଉତ୍ତର : ଚିତ୍ର ΔABC ରେ $c = AB = 51$ ମି., $a = BC = 73$ ମି., $b = AC = 26$ ମି.

ABC ଏକ ବିଷମ ବାହୁ Δ ହେତୁ s, ଏହାର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା = $\frac{a+b+c}{2} = \frac{73+26+51}{2} = 75$ ମି.

ହେରନ୍‌ଙ୍କ ସୂତ୍ରାନୁସାରେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

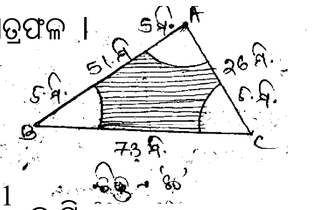
$= \sqrt{75(75-73)(75-26)(75-51)} = \sqrt{75 \times 2 \times 49 \times 24}$

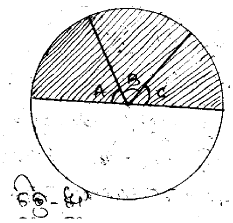
$= \sqrt{25 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 4 \times 49} = 5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 7 = 420$ ବର୍ଗ ମି.

ଆମେ ଜାଣୁ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0– କୌଣସି ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ସହ ସମାନ

$\Rightarrow$ 5 ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ କୌଣସି ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ = ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ପଡ଼ିଆର କଣ ଖୁଣ୍ଟରୁ ଖୁବ୍ ବେଶୀରେ, 5ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଘାସ ଚରିପାରୁ ଥିବା କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

(ଚିତ୍ର ଖ)





ଘାସ ଚରିଥିବା କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\pi r^2}{2}$ ବ.ଏକକ

$= \frac{22}{7} \times 5^2 \times \frac{1}{2}$ ବ.ମି.$(\pi \cong \frac{22}{7}) = \frac{22}{7} \times 25 \times \frac{1}{2}$ ବ.ମି.

$= \frac{11 \times 25}{7}$ ବ.ମି.$= \frac{275}{7}$ ବ.ମି.$= 39.28$ ବ.ମି.

ତେବେ ପଡ଼ିଆରେ ଥିବା ଘାସ ଥିବା କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= ABC ର କ୍ଷେ.ଫ.– ଘାସ ନଥିବା କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେ.ଫ.

$= 420 - 39.28$ ବ.ମି.$= 380.72$ ବ.ମି.

ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ, ବାସୁଦେବପୁର, ଭଦ୍ରକ

ମୁଁ ଗଣିତ !

ଡଃ. ଅଶ୍ୱିନୀ କୁମାର ରାଉତ, ଓଇଏସ-I,

ମୁଁ ଗଣିତ ! ସବୁ ବିଷୟ ସୃଷ୍ଟି ପୂର୍ବରୁ ମୋର ଜାତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ଦେଖିଶୁଣି ଅନେକ ଭୟଭୀତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ସାଧାରଣ ରୂପ ଅଟେ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ଦଶମ ପରେ କିଏ ବିଜ୍ଞାନ, ବାଣିଜ୍ୟ ଓ କଳା ପଢିବ ମୋ ମାର୍କ କରେ ସ୍ଥିରୀକୃତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ ଠାରୁ ପରୀକ୍ଷାରେ ଟିକିଏ ଓଲଟା ପଡିଲେ ସମସ୍ତେ ପରାସ୍ତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ପଢିଲେ ନୁହେଁ, ନିତ୍ୟ ଅଭ୍ୟାସ କରି କଷିଲେ ମୁଁ ହୁଏ ସତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋର ସବୁ ଜ୍ଞାନ ଓ ତଥ୍ୟ ସବୁ ସତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ସବୁ ବିଷୟର ଗବେଷଣାରେ ମୁଁ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! କାହାର କେତେ ନୂତନ ଚିନ୍ତାଧାରା ମୋ ଦ୍ୱାରା ହୁଏ ନିରୂପିତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ଆୟତ ନକରିପାରିଲେ ଅଧିକାଂଶ ଚାକିରି ଅନିଶ୍ଚିତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋର ସ୍ୱଭାବ ଚିନ୍ତାଜନକ ଓ ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ଅନେକ ମୋ ଦ୍ୱାରା ଭ୍ରମିତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋ ଉପାଦାନ ସବୁ ସଂକେତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! କମ୍ପ୍ୟୁଟର, ପଦାର୍ଥବିଜ୍ଞାନ, ଇଞ୍ଜିନିୟର ଓ ପରିସଂଖ୍ୟାନ ପାଠରେ ମୁଁ ଅଧିକ ବ୍ୟବହୃତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ବୁଝି ଓ ପଢାଇ ଅନେକ ଗରିବ ଉପକୃତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ଭଲ ପଢ଼ାଉଥିବା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଅଭାବ ନ ରହେ ଅର୍ଥ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ଜାଣିଥିବା ଲୋକ କିଏ ମଧ୍ୟ ବେକାର ନୁହନ୍ତି ସମସ୍ତେ ନିଯୁକ୍ତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୁଁ କଳା, ବାଣିଜ୍ୟ କିମ୍ବା ବିଜ୍ଞାନ ନୁହେଁ, ମୁଁ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ଟପୋଲାଜି, ମେଜରଥିଓରୀ, ଫଙ୍କସନାଲ ଆନାଲିସିସ, ପ୍ରୋବାବିଲିଟି ଆଦି ଭଳି ମୋର ଶାଖା ପ୍ରଶାଖା ବହୁତ ।
ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋ ବିନା ଅପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ ବିଜ୍ଞାନ ଜଗତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋ ପ୍ରିୟ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଅଟନ୍ତି ବିଶ୍ୱବିଖ୍ୟାତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୁଁ ସବୁ ବିଷୟର ମୂଳ ତତ୍ତ୍ୱ ଓ ଅନ୍ତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ଭଲଭାବେ ଜାଣିଥିବା ବ୍ୟକ୍ତି ଅନ୍ୟସବୁ ବିଷୟରେ ସିଦ୍ଧହସ୍ତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋର ଗୂଢତତ୍ତ୍ୱ ବଖାଣି ନଜାଣି ଅନେକ ଗର୍ବିତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ଅଳ୍ପଜାଣି, ଯିଏ ହୁଅନ୍ତି ବହୁ-ବଖାଣି ତାଙ୍କ ଗର୍ବ କରେ ନିପାତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋ ଜ୍ଞାନ ଅଟେ ଈଶ୍ୱର ପ୍ରଦତ୍ତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ଜନ୍ମଗତ ବିଧି ନଥିଲେ ସହଜ ନୁହେଁ ମୋତେ କରିବା ଆୟତ୍ତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋ ଦ୍ୱାରା ବର୍ଷ, ତାରିଖ, ଗ୍ରହନକ୍ଷତ୍ର ଚଳନ, ସୂର୍ଯ୍ୟ ପରାଗ ଓ ଚନ୍ଦ୍ରଗ୍ରହଣ ଆଦି ସମୟ ହୁଏ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ପଢ଼ାଇଲାବେଳେ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ସମଗ୍ର ଶରୀର ଚକ୍‌ଗୁଣ୍ଡରେ ହୁଏ ଆଚ୍ଛାଦିତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୁଁ ଲାଗିଗଲେ ସମସ୍ତଙ୍କ ଶରୀରରୁ ଅଧିକ ଝାଳ କରାଏ ନିର୍ଗତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ପାଇବା ପାଇଁ ପରିଶ୍ରମ କରନ୍ତି ଶିକ୍ଷକ ଓ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସମସ୍ତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ଚିନ୍ତାକଲେ ସ୍ଥିର ହୁଏ ଚିତ୍ତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋର ପରିସୀମା ଅଟେ ଅନନ୍ତ ।

ମୁଁ ଗଣିତ ! ମୋତେ ବୁଝିଲେ ପାଇବ ଶ୍ରୀ ଅଚ୍ୟୁତ ।

ସହକାରୀ ପ୍ରଫେସର ସ୍ନାତକୋତ୍ତର ଗଣିତ ବିଭାଗ,
ଶ୍ରୀକୃଷ୍ଣଚନ୍ଦ୍ର ଗଜପତି ସ୍ୱୟଂଶାସିତ ମହାବିଦ୍ୟାଳୟ, ପାରଳାଖେମୁଣ୍ଡି, ଓଡ଼ିଶା

---

୧ ରୁ ୯ = ୧୦୦

(ଅଧିକ ଜାଣିଥିଲେ ଜଣାଅ)

୧୨୩ – ୪୫ – ୬୭ + ୮୯ = ୧୦୦

୧୨୩ + ୪ – ୫ + ୬୭ – ୮୯ = ୧୦୦

୧୨୩ – ୪ – ୫ – ୬ – ୭ + ୮ – ୯ = ୧୦୦

୧+୨୩ – ୪ + ୫ + ୬ + ୭୮ – ୯ = ୧୦୦

– = ୧୦୦

ଅଜାଙ୍କ ଅଙ୍କ ଜ୍ଞାନ-୧

ଶ୍ରୀ ସିଦ୍ଧେଶ୍ୱର ବେହେରା

ବିଶ୍ୱାସ ପଞ୍ଚମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼େ। ଏଇ ଖରାଛୁଟିରେ ବୋଉ ସହ ସେ ମାମୁଁ ଘରକୁ ଆସିଛି। ଦଶ ପନ୍ଦର ଦିନ ରହିବ। ଏହି ମଉକାରେ ଗଣିତର ଅବୁଝା ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡିକର ଉତ୍ତର ଅଜାଙ୍କ ଠାରୁ ବୁଝିନେବ। ଅଜା ତା'ର ଜଣେ ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ଶିକ୍ଷକ। ସେ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗଣିତ ପଢ଼ାଉଥିଲେ। ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକ ଭାବେ ଖଣ୍ଡମଣ୍ଡଳରେ ତାଙ୍କର ଭାରି ନାଁ। ଅବସର ପରେ ମଧ୍ୟ ସେ ଗାଁର ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଘରେ ପାଠ ପଢାନ୍ତି। ବହୁ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ବିଭିନ୍ନ ଜଟିଳ ପ୍ରଶ୍ନ ତାଙ୍କ ପାଖକୁ ବୁଝିବାକୁ ଆସନ୍ତି। କହିବାକୁ ଗଲେ ଅବସର ପରେ ମଧ୍ୟ ଅଜା ପାଠ ପଢ଼ାଇବା ଜାରି ରଖିଛନ୍ତି। ବିଶ୍ୱାସ ମନରେ ବହୁତ ପ୍ରଶ୍ନ। ଯେଉଁଦିନ ସେ ମାମୁ ଘରକୁ ଆସିଥିଲା ସେ ଦିନ ଅଜାଙ୍କ ପାଖକୁ ଯାଇ ଅବୁଝା ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡିକୁ ପଚାରିଥିଲା। ଅଜା କହିଥିଲେ ଆଜି ଆସିଛୁ ଆଗ ଟିକେ ବୁଲାବୁଲି କର। ତା ପରେ ଦେଖିବା ତୋର ଅବୁଝା ପ୍ରଶ୍ନ ସବୁ କ'ଣ ଅଛି। ବିଶ୍ୱାସ ପ୍ରଥମ ଦିନ ଅଜାଙ୍କ ସହ ଗାଁ ସବୁ ବୁଲି ଦେଖିଲା। ଅଜାଙ୍କ ସହ ପାଖ ବଜାରରୁ ଦହି ସରବତ ପିଇଲା। ତା'ର ମନ କିନ୍ତୁ ବୁଲାବୁଲିରେ ଲାଗୁନଥିଲା, କେମିତି ସବୁ ଅବୁଝା ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡିକର ଉତ୍ତର ଜାଣିବ! ଅଜା ମଧ୍ୟ ନାତି ମନକଥା ବୁଝିପାରି ତାକୁ କହିଲେ- ଆଜି ସନ୍ଧ୍ୟାରେ ତା'ର ଅବୁଝା ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ବୁଝାଇଦେବାକୁ।

ସନ୍ଧ୍ୟା ଠିକ ସାତଟା। ଅଜା ନାତି ଜଳଖିଆ ଖାଇସାରି ପଢାଘରକୁ ଗଲେ। ଅଜା କହିଲେ ଏଥର ତୋ' ମନରେ କ'ଣ ସବୁ ଅବୁଝା ପ୍ରଶ୍ନ ଅଛି ପଚାର। ଅଜାଙ୍କ ପାଟିରୁ କଥା ନସରୁଣୁ ବିଶ୍ୱାସ ପଚାରିଲା, ଅଜା! ଅଙ୍କ ଓ ସଂଖ୍ୟା କାହାକୁ କହନ୍ତି, ଗାଣିତିକ ପକ୍ରିୟା, ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ, ମୌଳିକ, ଯୌଗିକ ସବୁ କ'ଣ ? ଏ କଥା ଶୁଣୁ ଶୁଣୁ ଅଜା କହିଲେ ଟିକେ ବ୍ରେକ ଧର, ମୁଁ ବୁଝିଗଲିଣି ତୋର କ'ଣ ସବୁ ଅବୁଝା। ପଢା ଘରେ ଆଗରୁ ଗାଁର ଚାରି ପାଞ୍ଚୋଟି ପିଲା ବସିଥାନ୍ତି। ଆମେ ମଧ୍ୟ ଏସବୁ ବୁଝିବୁ ଅଜା- ସମସ୍ତେ ଏକା ସ୍ୱରରେ କହିଲେ। ତାହେଲେ ଠିକ ଅଛି। ପ୍ରଥମେ ମୁଁ ଅଙ୍କ ଓ ସଂଖ୍ୟା କ'ଣ କହୁଛି, ମନଦେଇ ଶୁଣ। ହଁ ସବୁ କରିସାରିବା ପରେ ମୁଁ ତୁମମାନଙ୍କୁ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିବି। ତୁମେମାନେ ରାଜି ତ, ସମସ୍ତେ ଏକ ସ୍ୱରରେ ହଁ ଭରିଲେ। ଗଣିବା ବା ହିସାବ କରିବା ପାଇଁ ଗଣିତର ସୃଷ୍ଟି। ଗଣିତର ସୃଷ୍ଟି ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାର ସୃଷ୍ଟି । ଅଙ୍କକୁ ଇଂରାଜୀରେ (Digit) ଓ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଇଂରାଜୀରେ (Number) କହନ୍ତି। ଆଛା କହିଲ, ଆମେ ଯେତେ ସବୁ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖୁଛନ୍ତି କାହାକୁ ସବୁ ନେଇ ଲେଖୁଛନ୍ତି। ବିଶ୍ୱାସ କହିଲା ଅଜା ସେଗୁଡିକ ହେଲା ୧,୨,୩,୪,୫,୬,୭,୮,୯ ଓ ୦। ଅଜା କହିଲେ ଠିକ ଉତ୍ତର ଆମେ ଯେତେ ସବୁ ସଂଖ୍ୟା କହୁଛନ୍ତି ବା

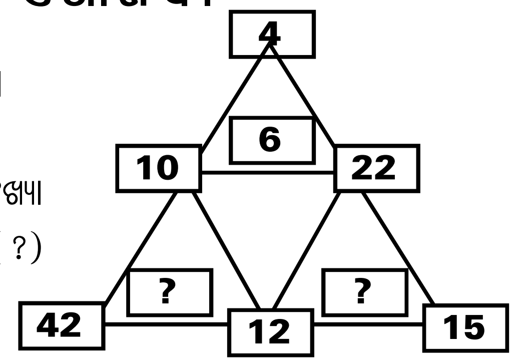
ଲେଖୁଛନ୍ତି ସେ ସବୁ ଏହି ଦଶଟି ଅଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସମ୍ଭବ ଯେମିତି ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା (One Digit Numbers) ୧,୨,୩,୪,୫,୬,୭,୮,୯ କହିଲ ଦେଖି ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସାନ ଓ ବଡ ସଂଖ୍ୟା କିଏ ? ସମସ୍ତେ ଏକ ସଙ୍ଗରେ କହିଲେ ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସାନ ସଂଖ୍ୟାଟି ୦ ଓ ବଡ ସଂଖ୍ୟାଟି ୯ ସେହିପରି ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା କେଉଁଠୁ ଆରମ୍ଭ ହେବ କହିଲ, ବିଶ୍ୱାସ କହିଲା ଅଜା ଏକଦଶ ଶୂନ ୧୦ ହଁ ୧୦,୧୧,୧୨,୧୩,.... ଏହିପରି ୯୯ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନା କ'ଣ କହୁଛ ! ସେହିପରି ରାଜୁ କହିଲା ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା କାହାଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କେଉଁଠି ଶେଷ ରାଜୁ କହିଲା ଜେଜେ ଶହେରୁ (୧୦୦) ଆରମ୍ଭ ୯୯୯ରେ ଶେଷ ହଁ,୧୦୦,୧୦୧,୧୦୨,୧୦୩,......,୯୯୯ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ।

ବିକାଶ କହିଲା, ଚାରି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା କାହାଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କେଉଁଠି ଶେଷ ଏକ ହଜାରରୁ ୧୦୦୦, ୧୦୦୧, ୧୦୦୨,...... ୯୯୯୯ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ। ସେହିପରି ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଦଶ ହଜାର ବା ଏକ ଅୟୁତରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ ଅନେଶତ ହଜାର ନଅ ଶହ ଅନେଶତ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ। ସେଗୁଡିକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ୧୦୦୦୦,୧୦୦୦୧,୧୦୦୦୨, ..,୯୯୯୯୯ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ। ସଂଖ୍ୟା ଗଣନା ସାଧାରଣତଃ ଡାହାଣରୁ ବାମକୁ ହୋଇଥାଏ। ଯେପରି କୋଟି, ନିୟୁତ, ଲକ୍ଷ, ଅୟୁତ, ହଜାର, ଶହ, ଦଶ ଓ ଏକ ଆଦି। ଏବେ ସମସ୍ତେ ଅଙ୍କ ଓ ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ଜାଣି ପାରିଲ ତ ? ସମସ୍ତେ ଏକ ସଙ୍ଗରେ ହଁ ଭରିଲେ। ଆଜି ପାଇଁ ଏତିକି ଆସନ୍ତା କାଲି ଅନ୍ୟ ଏକ ବିଷୟ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରିବା।

ସହକାରୀ ଶିକ୍ଷକ କିଷାନ ନୋଡାଲ ଉ ପ୍ରା ବିଦ୍ୟାଳୟ
ରତନପୁରପାଟଣା, ଟାଙ୍ଗି, ଖୋର୍ଦ୍ଧା ,୭୫୨୦୨୩
ମୋ- ୯୪୩୭୯୫୩୨୯୬,୭୯୭୮୮୧୨୦୦୮

ସଂଖ୍ୟା ହଜିଛି - ଖୋଜିବା

ତିନିଟି ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଦେଖ । ତିନିଟି ତ୍ରିଭୁଜର ମଝିରେ ମଧ୍ୟ ତିନିଟି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି - ମାତ୍ର, ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଭିତରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ହଜିଯାଇଛି ଓ ହଜି ଯାଇଥିବା ଜାଗାରେ ପ୍ରଶ୍ନ ଚିହ୍ନ(?) ଦିଆଯାଇଛି। ହଜିଲା ସଂଖ୍ୟା, ଖୋଜିଲେ ମିଳିବ।



ସମାଧାନ ପଠାଇଲେ ପରସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ ପାଇବ।

ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା
(Perfect Numbers)

ଡଃ. ନଳିନୀକାନ୍ତ ମିଶ୍ର

ସଂଖ୍ୟା ଗଣିତରେ ବିଭାଜ୍ୟତା ଏକ ମୌଳିକ ଆବଶ୍ୟକତା । କୌଣସି ଏକ ସଂଖ୍ୟା (ଭାଜ୍ୟ) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା (ଭାଜକ) ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ଣ୍ଣରୂପେ ବିଭାଜିତ ହୋଇପାରେ । ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଭାଜ୍ୟଟି ଭାଜକର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ବିଭାଜିତ ହୋଇପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 576, 12 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେଲେ, 576 ମଧ୍ୟ 12 ର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ଅର୍ଥାତ୍ 1, 2, 3, 4, 6 ଏବଂ 12 ଦ୍ୱାରା ମଧ୍ୟ ବିଭାଜିତ ହେବ । ଉକ୍ତ ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ ଅର୍ଥାତ୍ 1, 2, 3, 4, ଓ 6 ଗୁଡ଼ିକୁ 12ର **ପୂର୍ଣ୍ଣଭାଜକ ସଂଖ୍ୟା (Proper divisors)** କୁହାଯାଏ ।

ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି '12' ର ସମସ୍ତ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ $2 \times 2 \times 3$; ଏ ସମସ୍ତଙ୍କୁ ଅନନ୍ୟ ଭାବରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ସେହିପରି $105 = 3 \times 5 \times 7$ ।

ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା (Prime Numbers) :

1 ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ଯେଉଁ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର 1 ଏବଂ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଗୁଣନୀୟକ (Divisors) ନଥାଏ, ସେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 .... ଇତ୍ୟାଦି। ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହଁନ୍ତି, ସେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା (Compound Numbers)** କୁହାଯାଏ ।

କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟାତତ୍ତ୍ୱ (Number Theory) ର ପରିଭାଷା ଅନୁଯାୟୀ ବିଭାଗୀକରଣ କରାଯାଇପାରେ ।

ପାଟୀଗାଣିତିକ ଫଳନ (Arithmetic Functions):

(i) Sigma Function [σ (n)]

σ (n) : 'n' ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ (ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟା) ଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, σ (8) = 1 + 2 + 4 + 8 = 15

ସେହିପରି σ(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28 ଇତ୍ୟାଦି ।

(ii) Tau Function [τ (n)]

τ (n) : 'n' ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ (ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟା) ଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, τ (8) = 4, τ (12) = 6 ଇତ୍ୟାଦି ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : τ (p) = 2 (p ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା)

(iii) Summation Function [S(n)]

S(n), 'n' ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣଭାଜକ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, S(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16

ଏବଂ ସେହିପରି S(24) = 1+2+3+4+6+8+12= 36

S(18) = 1+2+3+6+9= 21

S(8) = 1 + 2 + 4 = 7 ଇତ୍ୟାଦି ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ: 'n'ରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର 'n'ର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକ(ଭାଜକ) ଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟାର ପୂର୍ଣ୍ଣଭାଜକ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ କୌଣସି ଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାର ପୂର୍ଣ୍ଣଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ଏବଂ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କେଉଁ କେଉଁ ସମ୍ବନ୍ଧ ପରିଲିଖିତ ହୁଏ, ସେ ସବୁକୁ ଏଠାରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ।

(i) **ଯଦି S(n) < n ହୁଏ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟା 'n' ଏକ 'ଅପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା' (Deficient Numbers) ହେବ ।**

ଉଦହାରଣ ସ୍ୱରୂପ, $S(p) < 1$ ହେତୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ଅପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା । ସେହିପରି S(8), S(10) ମଧ୍ଧ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା।

(ii) **ଯଦି $S(n) > n$ ହୁଏ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟା n ଏକ ଅତିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (Abundant Number) ହେବ ।**

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $S(12) > 12$ ହେତୁ 12 ଏକ ଅତିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା । ସେହିପରି $S(18) > 18$ ହେତୁ 18 ଏକ ଅତିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା । କାରଣ, $S(12) = 16$ ଏବଂ $S(18) = 21$ ।

(iii) **ଯଦି $S(n) = n$ ହୁଏ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟା 'n' ଏକ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (Perfect Number) ହେବ ।**

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $S(6) = 6$, $S(28) = 28$ ହେତୁ 6 ଏବଂ 28 ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ।

[$\because$ $S(6) = 1 + 2 + 3 = 6$,

$S(28) = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$]

ସେହିପରି, 496 ଏବଂ 8128 ମଧ୍ଧ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (Perfect Number)। ଉପରୋକ୍ତ ସର୍ତ୍ତାନୁଯାୟୀ ଅନ୍ୟ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ଧ ବଛାଯାଇପାରେ ।

ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (Perfect Numbers) ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧର୍ମ:

1. ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା, ଯାହା ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣଭାଜକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

ଅଥବା $\sigma(n) = 2n$ ହେଲେ, n ଏକ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $\sigma(6) = 1 + 2+3+6=12= = 2 \times 6 = 2n$ ଏବଂ $\sigma(28) = 1+ 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 \times 28 = 2n$

2. ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆବିଷ୍କୃତ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାମାନ ଯୁଗ୍ମ ଏବଂ ଧନାତ୍ମକ ଅଟନ୍ତି ।

3. $2^{p-1}(2^p - 1)$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶିତ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା, ଯେଉଁଠି p ଏବଂ $(2^p - 1)$ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ।

ପ୍ରଥମ ଚାରିଗୋଟି ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (6, 28, 496, 8128) $2^{p-1}(2^p-1)$ ସୂତ୍ର ଆଧାରିତ; ଯେଉଁଠାରେ p ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ।

[$2^{p-1}(2^p-1)$ ସୂତ୍ରକୁ Euclid- Euler ସୂତ୍ର କୁହାଯାଏ]

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : (i) **ସମସ୍ତ ମୌଳିକସଂଖ୍ୟା p କ୍ଷେତ୍ରରେ (2^p-1) ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ନ ହୋଇପାରେ ।**

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $2^{11}-1 = 2047 = 23 \times 89$

(ii) **(2^p-1) କୁ Mersenee Prime number କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁଠାରେ p ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ।**

(ସପ୍ତଦଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଗଣିତଜ୍ଞ Marin Mersenee)

5. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୁଗ୍ମ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ଏକ Mersenee ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ Mersenee ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିଏ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ପରୀକ୍ଷା ଦ୍ୱାରା ସତ୍ୟତା ଦର୍ଶାଅ।

6. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା, ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ତ୍ରିକୋଣୀୟ ସଂଖ୍ୟା (Triangular Numbers)**।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 6, 28, 496 ଯଥାକ୍ରମେ ତୃତୀୟ, ସପ୍ତମ ଏବଂ 31- ତମ ତ୍ରିକୋଣୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

7. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (6 ବ୍ୟତୀତ)ର ବୀଜାଙ୍କ (Digital Root) 1 ସହ ସମାନ ।

8. $2^{p-1}(2^p-1)$ ଆଧାରିତ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ Binary Number ରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, ସଂଖ୍ୟାରେ p ସଂଖ୍ୟକ 1 ଏବଂ (p–1) ସଂଖ୍ୟକ 0 ରହିବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $(6)_{10} = 2^{2-1}(2^2-1) = (110)_2$

$$(28)_{10} = 2^{3-1}(2^3-1) = (11100)_2$$

$$(496)_{10} = 2^{5-1}(2^5-1) = (111110000)_2$$

ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ Pernicious Number କୁହାଯାଏ।

9. ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ଭାଜକ ଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି 2 ସହ ସମାନ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, '6' ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{12}{6}=2$$

ସେହିପରି 28 ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=\frac{56}{28}=2$$

10. '6' ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା, ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇପାରେ ।

$28 = 1^3 + 3^3$

$496 = 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3$

$8128 = 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + 9^3 + 11^3 + 13^3 + 15^3$ ଇତ୍ୟାଦି।

ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ କେତେକ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ଆଶା କରାଯାଉଛି ଯେ, ପାଠକେ ଅନ୍ୟ ସମ୍ଭବ କେତେକ ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଲୋକଲୋଚନକୁ ଆଣିବାରେ ପ୍ରୟାସ କରିବେ ।

ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ଗଣିତ ଶୈକ୍ଷିକ ଅଧିକାରୀ
(ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, କଟକ)
ମୋ - ୯୪୩୭୦୩୧୫୫୨
E-mail : nalini3e@gmail.com

ଘନସଂଖ୍ୟାରୁ ମୂଳସଂଖ୍ୟା

ଏପରି ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କର, ଯାହାର ଘନଫଳର ଶେଷ ତିନିଟି ଅଙ୍କକୁ ଲିଭେଇ ଦେଲେ, ମୂଳସଂଖ୍ୟାଟି ମିଳିବ।

ମିଶାଣ + ଗୁଣନ = ୧୭୨୮

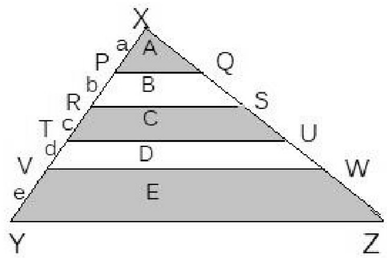
ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଓ ଗୁଣଫଳର ମିଶାଣ=୧୭୨୮। ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ସ୍ଥିର କର

ଉତ୍ତର ପଠାଇଲେ ପ୍ରକାଶ ପାଇବ।

ଫୁଲ ବଗିଚାରେ ଗଣିତ

ଶ୍ରୀ ଜଗନ୍ନାଥ ପ୍ରସାଦ ଦେବତା

ମୋହନ ପଢୁଥିବା ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ବଗିଚା ଅଛି । ସେହି ବଗିଚାକୁ ଗୋଟିଏ ବାହୁ ସହ ସମାନ୍ତର ରେଖାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କେତେକ ପ୍ଲଟରେ ବିଭକ୍ତ କରି ଫୁଲଗଛ ଲଗାଯିବାର ସ୍ଥିର ହେଲା । ପ୍ଲଟଗୁଡିକ ମଝିରେ ଛୋଟ ରାସ୍ତା ସବୁ ରହିବ । ତେବେ ରାସ୍ତା ଓ ଫୁଲ ପ୍ଲଟଗୁଡିକର ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅନୁପାତରେ ରହିବ । ଚି ତ୍ରରେXYZ ବଗି ଚାର $\overline{XY}$ ବାହୁ ଉପରେ X ଠାରୁ ଯଥାକ୍ରମେ a, b, c, d ଦୂରତାରେ P, R, T ଓ V ବିନ୍ଦୁମାନ ନେଇ $\overline{YZ}$ ସହ ସମାନ୍ତର $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$, $\overline{TU}$ ଓ $\overline{VW}$ ରେଖା ସବୁ ଟାଣି B ଓ D ରାସ୍ତା ଏବଂ A , C, E ଫୁଲ ପ୍ଲଟ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ରାସ୍ତାର ଓ ଫୁଲ ପ୍ଲଟଗୁଡିକର ପ୍ରସ୍ଥର କ୍ରମିକ 'ଅନୁପାତଗୁଡିକ $\overline{XY}$ ବାହୁ ଉପରେ ଯଥାକ୍ରମେ a, b, c, d, e(= VY) ଦୂରତାରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଣ୍ଣୀତ ହେବ। କେବଳ ଏହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ରାସ୍ତା ଓ ଫୁଲ ପ୍ଲଟଗୁଡିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳଗୁଡିକ କିପରି ବାହାର କରିବ ବୋଲି ମୋହନ ଜାଣି ନପାରିପଚାରିବାରୁ ସଦାନନ୍ଦ ସାର ବୁଝାଇଲେ:



ରାସ୍ତା ଓ ଫୁଲ ପ୍ଲଟଗୁଡିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କ୍ରମାନ୍ୱୟେ A, B, C, D ଓ E ହେଉ । ପ୍ରଥମେ ΔXPQ ଓ ΔXRS ନିଆଯାଉ ।$\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ ହେତୁ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସଦୃଶ ଅଟନ୍ତି । ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ ସେମାନଙ୍କର ଅନୁରୂପ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗାନୁପାତ ସଙ୍ଗେ ସମାନ । ସୁତରାଂ

$\frac{[\Delta XPQ]}{[\Delta XRS]} = \frac{a^2}{(a+b)^2}$ । ଅର୍ଥା ।ତ୍ $\frac{A}{A+B} = \frac{a^2}{(a+b)^2}$ ଯେଉଁଥିରୁ ପାଇବା

$A((a+b)^2 - a^2) = Ba^2 \Rightarrow$ **B =** $\boldsymbol{\frac{(2a+b)b}{a^2}}$ A ⋯ ⋯(1)

ବର୍ତ୍ତ ମାନΔXRS ଓ ΔXTU ସଦୃଶ ହେତୁ ପୂର୍ବ ପ୍ରକାରେ ଆମେ ପାଇବା $\frac{A+B}{A+B+C} = \frac{(a+b)^2}{(a+b+c)^2}$ ଏବଂ ସେଥିରୁ ମିଳିବ

$(A+B)((a+b+c)^2 - (a+b)^2) = (a+b)^2 C \Rightarrow C = (A+B)(2a+2b+c)c/(a+b)^2$ ।

କିନ୍ତୁA+B = $A(1+\frac{(2a+b)b}{a^2}) = A\frac{(a+b)^2}{a^2}$ । ସୁତରାଂ **C =** $\boldsymbol{\frac{(2a+2b+c)c}{a^2}}$ A ⋯⋯ (2)

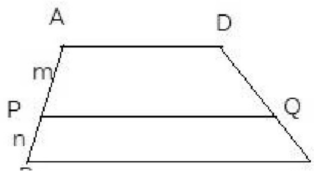
ଠିକ୍ ସେହି ପରିΔXTU ଓ ΔXVW ସଦୃଶ ହେତୁ ପୂର୍ବ ପ୍ରକାରେ ଆମେ ପାଇବା $\frac{A+B+C}{A+B+C+D} = \frac{(a+b+c)^2}{(a+b+c+d)^2}$ ଏବଂ

ସରଳ କଲେ ପାଇବା **D =** $\boldsymbol{\frac{(2a+2b+2c+d)d}{a^2}}$ A ⋯⋯⋯ (3)

ବର୍ତ୍ତ ମାନ ଏହା ସହଜରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଇପାରିବ ଯେ **E =** $\boldsymbol{\frac{(2a+2b+2c+2d+e)e}{a^2}}$ A ⋯⋯⋯ (4)

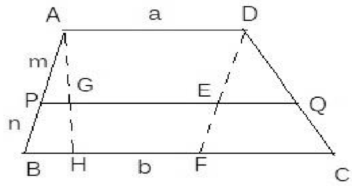
ଏଣୁ ΔXPQ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ଅର୍ଥାତ୍ A ଜଣାଥିଲେ ଅନ୍ୟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳଗୁଡିକ ଯଥା B, C, D ଓ E ସୂତ୍ର (1) ରୁ (4) ଦ୍ଵାରା ମିଳିବ। ଯଦି ΔXPQ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଜଣା ନଥାଏ ତେବେ ଅନ୍ତତଃ ଟ୍ରାପିଜିୟମ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରଗୁଡିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତମାନଙ୍କୁ ଯଥା B : C, C : D ଇତ୍ୟାଦି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରି ବା ।

ମୋହନ ପଚାରିଲା ,''ସାର୍, ଯଦି ମୂଳ ତ୍ରିଭୁଜ XPQ ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ X ଠାରୁ P ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା 'a' ଜଣା ନଥାଏ ତେବେ ଉପରୋକ୍ତ ସୂତ୍ର ଅକାମୀ ହୋଇଯିବ । ଅର୍ଥାତ୍ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଟ୍ରାପିଜିୟମରେ କେବଳ AP ଓ PBର ଅନୁପାତ m : n ଜଣା ଥିଲେ ଟ୍ରାପିଜିୟମ APQD ଓ PBCQ ଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ କିପରି



ପାଇବା? " "ଭଲ ପ୍ରଶ୍ନଟିଏ ପଚାରିଛ, ଏଥିପାଇଁ ଅନ୍ତତଃ ସମାନ୍ତର ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ ଆବଶ୍ୟକ " - କହି ସଦାନନ୍ଦ ସାର ବୁଝାଇଲେ –

ପାର୍ଶ୍ୱ ଚି ତ୍ରରେP ବିନ୍ଦୁ, ଟ୍ରାପି ଜି ୟମABCDର $\overline{AB}$ ବାହୁକୁ m:n ଅନୁପାତରେ ବିଭକ୍ତ କରୁଛି ଏବଂ $\overline{PQ} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ । ଆମେ APQD ଓ PBCQ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।



ମନେକର AD = a ଏକକ ଓ BC = b ଏକକ ଓ AH = ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = h ଏକକ । ତେବେ APQD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = AG = h_1 (ମନେକର) = h m/(m+n) ଓ GH = PBCQ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = h_2 = h n/(m+n) ।

ବର୍ତ୍ତ ମାନAP/PB = m/n ଓ $\overline{PQ} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ହେତୁ PQ = $\frac{mb+na}{m+n}$ । ....(1)

[ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତିରେ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ **m:n** ଅନୁପାତରେ ବିଭକ୍ତ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ପାଇବାର ସୂତ୍ର ସହ ଥିବା ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।]

ସୁତରାଂ APQD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = h_1 (AD+PQ)/2

$$= \frac{mh(a+\frac{mb+na}{m+n})/(m+n)}{2} = \frac{mh(m(a+b)+2na)}{2(m+n)^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

ସେହିପରି PBCQ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = h_2 (BC+PQ)/2

$$= \frac{nh(b+\frac{mb+na}{m+n})/(m+n)}{2} = \frac{nh(n(a+b)+2mb)}{2(m+n)^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

ତେଣୁ (2) ଓ (3)ରୁ, $\frac{\text{APQD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{PBCQ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}} = \frac{m(m(a+b)+2na)}{n(n(a+b)+2mb)}$

$$= \frac{m\left(m+2n\frac{a}{a+b}\right)}{n\left(n+2m\frac{b}{a+b}\right)}$$

$$= \frac{m\left(m+2n\frac{r}{1+r}\right)}{n\left(n+2m\frac{1}{1+r}\right)}$$, ଯେଉଁ ôr = $\frac{a}{b}$ ......(4)

ତେଣୁ ସୂତ୍ର (4) ଆମର ଆବଶ୍ୟକ ଥିଲା । ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ବା ଯେa = b ହେଲେ r = 1 ହେବ ଏବଂ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ଦ୍ୱୟ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ହେବେ ଓ ସେମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ m : n ହେବ ।

ମୋହନ (1) ରେ ଥିବା ସୂତ୍ରଟି ବୁଝି ନପାରିବାରୁ ସଦାନନ୍ଦ ସାର କହିଲେ : $\overline{DF}$ || $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କଲେ ΔDEQ ଓ ΔDFC ସଦୃଶ ହେତୁ ପାଇବା $\frac{EQ}{FC} = \frac{DE}{DF} = \frac{m}{m+n}$ ।

ସେଥିରୁ ମିଳିବ EQ = $\frac{m}{m+n}$ (b - a) । ତେଣୁ PQ = PE+EQ = a + $\frac{m}{m+n}$ (b - a) = $\frac{mb+na}{m+n}$ ।

ମୋହନ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ପାଇ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ ହେଲା ।

****

A/2 Brindaban Apt, Kananvihar - Phase - 2,
Patia, Bhubaneswar - 751031
Mob. : 7008808679

ସମାଧାନ : ଜୁନିଅର ମ୍ୟାଥମାଟିକାଲ ଅଲମ୍ପିଆଡ୍ - ୨୦୨୩

(Prepared by P.K. Sahoo)

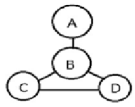
1) The product of the ages of 3 students is 210 and the sum of their ages is 18. Find the ages of each students.

୧) ୩ ଜଣ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କର ବୟସର ସମଷ୍ଟି ୧୮ ଓ ସେମାନଙ୍କ ବୟସର ଗୁଣଫଳ ୨୧୦ ହେଲେ, ସେହି 3 ଜଣଙ୍କ ବୟସ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

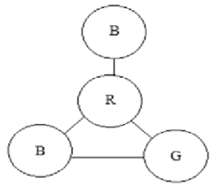
ଉ. $210 = 5\times 6\times 7$ and $18 = 5+6+7$, So ages of students are 5 years, 6 years and 7 years

2) How many ways are there to colour the circle of the figure given, using only 3 different colours so that no two circles joined by a line have the same colour.

୨) ଦତ୍ତ ଛିତ୍ରରେ ୩ଟି ଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗକୁ ନେଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୃତ୍ତକୁ କେତେ ପ୍ରକାର ରଙ୍ଗ କରି ହେବ ଯେପରିକି ଦୁଇ ପାର୍ଶ୍ୱବର୍ତ୍ତି ବୃତ୍ତ ଯେଉଁ ମାନେ ଏକ ରେଖା ଦ୍ୱାରା ପରସ୍ପର ସଂଲଗ୍ନ ; ସମାନ ରଙ୍ଗ ପାଇବେ ନାହିଁ ।



ଉ. Let three colours are Red, Blue and Green (R, B, G). If middle circle be R, then left circle B, Right circle G and above circle B or G. These are 2 different ways.
If left circle G and right circle B then another 2 different ways. For middle circle R we can arrange 4 different ways. If middle circle will be B and G, then each 4 different ways
So total $4\times 3 = 12$ ways.



3) Evaluate: $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{4}+\cdots+\frac{2}{10}\right)+\left(\frac{3}{4}+\cdots+\frac{3}{10}\right)+\cdots+\left(\frac{8}{9}+\frac{8}{10}\right)+\frac{9}{10}$

୩) ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର : $\left(\frac{୧}{୨}+\frac{୧}{୩}+\cdots+\frac{୧}{୧୦}\right)+\left(\frac{୨}{୩}+\frac{୨}{୪}+\cdots+\frac{୨}{୧୦}\right)+\left(\frac{୩}{୪}+\cdots+\frac{୩}{୧୦}\right)+\cdots+\left(\frac{୮}{୯}+\frac{୮}{୧୦}\right)+\frac{୯}{୧୦}$

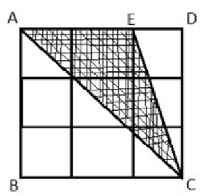
ଉ. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\ldots\ldots\ldots\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\ldots\ldots\frac{2}{10}\right)+\left(\frac{3}{4}+\ldots\frac{3}{10}\right)+\ldots\ldots\left(\frac{8}{9}+\frac{8}{10}\right)+\frac{9}{10}$

Sam as we can write $\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right).+\ldots\ldots\left(\frac{1}{10}+\frac{2}{10}+\frac{3}{10}+\ldots\ldots\ldots\frac{9}{10}\right)$

$$=\frac{1}{2}+\frac{3}{3}+\frac{6}{4}+\frac{10}{5}+\frac{15}{6}+\frac{21}{7}+\frac{28}{8}+\frac{36}{9}+\frac{45}{10}$$

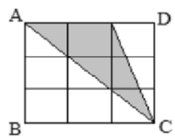
$$=\frac{1}{2}+1+\frac{3}{2}+2+\frac{5}{2}+3+\frac{7}{2}+4+\frac{9}{2}$$

$$=10+\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}+\frac{9}{2}\right)=10+\frac{25}{2}=\frac{45}{2}=22\frac{1}{2}$$



4) In the given figure, a square of side 3 cm is divided into 9 small squares of side 1 cm. Find the area of the shaded portion as shown in the figure.

୪) ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ଏକ ୩ ସେ.ମି ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ୧ ସେ.ମି ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ୯ଟି ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗ କରାଯାଇଛି । ଚିତ୍ରରେ ରେଖାଂକିତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିରୂପଣ କର ।



ଉ. In the given figure a square of side 3 cm is divided into 9 small squares of side 1 cm
Area of shaded portion is $=\frac{1}{2}\times 2\times 3 = 3\,cm^2$

5) Find the value of a, b, c, d, e and f, if 999×abc = def132 where abc is a three digit number and def132 is a six digit number.

୫) a, b, c, d, e ଓ f ର ମାନ ନିରୂପଣ କର, ଯଦି 999×abc = def132, ଯେଉଁଠାରେ abc ଏକ ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଓ def132 ଏକ ଛଅ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

ଉ. $999 \times abc = def132$

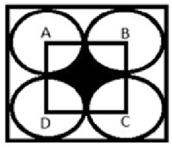
$abc \times 999 = abc(1000-1)$

$$\begin{array}{r} abc000 \\ -\quad abc \\ \hline def132 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 868000 \\ -\quad 868 \\ \hline 867132 \end{array}$$

Hence a=8, b=6, c=8, d=8, e=6 and f=7

6) In the given figure, in a square of area 16 sq.cm, 4 small circles of each of same area are drawn and a portion is shaded. Find the area of the shaded region.

୬) ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ୧୬ ବ.ସେ.ମି. କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ୪ଟି, ୧ ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ସମାନ ଆକୃତିର ବୃତ୍ତ ଅଂକିତ ହୋଇଅଛି । ଚିତ୍ରରେ ଛାୟା ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିରୂପଣ କର ।

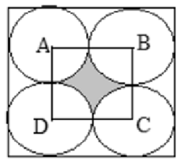


ଉ. Area of square is $16cm^2$, side $= \sqrt{16} = 4c.m$ and AB=2 cm

The four circles are same radius and each 1 cm.

Area of shaded = (Area of inner square)-(Area of four quarter circles)

(ABCD)- (Circle) $= 2^2 \times \pi(1)^2 = (4-\pi)\ cm^2$



7) Samalkar walked from his home towards railway station at 60 m/min. At the same time, his brother returned from railway station at 40 m/min. They met 100m away from the middle of the whole journey. How far is the railway station from their home ?

୭) ସମଲକର୍ ତା ଘରୁ ରେଲୱେ ଷ୍ଟେସନ ଆଡ଼କୁ ୬୦ ମି/ମିନିଟ୍ ବେଗରେ ଚାଲିକରି ଯାଉଥିଲା । ଠିକ୍ ସେତିକିବେଳେ ତାର ଭାଇ ଷ୍ଟେସନରୁ ଘର ଆଡ଼କୁ ୪୦ ମି/ମିନିଟ୍ ବେଗରେ ଫେରିଲା । ସେମାନେ ସମୁଦାୟ ବାଟରେ ଠିକ୍ ମଝିରୁ ୧୦୦ ମି. ଦୂରରେ ଭେଟ ହେଲେ । ତେବେ ରେଲୱେ ଷ୍ଟେସନ ଠାରୁ ତାଙ୍କ ଘର କେତେ ଦୂର ?

ଉ. Speed of Samalkar is 60 m/min and speed of his brother is 40 m/min

They meet 100 metre away from the middle

Let distance = x

Distance cover by Samalkar $= \left(\frac{x}{2}+100\right)m$ and distance cover by his brother $= \left(\frac{x}{2}-100\right)m$

So, $\dfrac{\frac{x}{2}+100}{60} = \dfrac{\frac{x}{2}-100}{40} \Rightarrow 60\left(\frac{x}{2}-100\right) = 40\left(\frac{x}{2}+100\right)$

$\Rightarrow 30x - 6000 = 20x + 4000$

$\Rightarrow 10x = 10000$

$\Rightarrow x = 1000\ m = 1k.m$

Hence distance from Home to Railway Station is 1 km.

8) In an examination there are 30 questions. For a correct answer one gets 5 marks and for a wrong answer 2 marks are deducted. If one gets total of 122 marks, then how many are correct and how many are wrong answered ?

୮) ଏକ ପରିକ୍ଷାରେ ୩୦ ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଅଛି । ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇଁ ୫ ମାର୍କ ମିଳେ ଓ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ପାଇଁ ୨ ମାର୍କ କଟି ଯାଏ । ଜଣେ ମୋଟ ୧୨୨ ମାର୍କ ପାଇଛି । ତେବେ ସେ କେତେ ଠିକ୍ ଓ କେତେ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ଲେଖିଛି ?

ଉ. Total questions are 30. Each correct answer will be getting 5 marks and wrong answers will be deducted 2 marks. Secured marks is 122

Let number of correct answer is x and number of wrong answer is y

$x + y = 30 \quad and \quad 5x - 2y = 122$

$$\begin{array}{l} 5x - 2y = 122 \\ \underline{2x + 2y = 60} \end{array}$$

$$7x = 182 \Rightarrow x = \frac{182}{7} = 26 \quad and \quad y = 30 - 26 = 4$$

So, number of correct answer is 26 and number of wrong answer is 4

9) From a group of boys and girls 15 girls left the group then the ratio of boys to girls become 2:1. After that from the same group 45 boys left then the ratio of the boys to girls become 1:5. How many girls were there in the beginning ?

୯) ଗୋଟିଏ ବାଳକ ଓ ବାଳିକା ଦଳରୁ ୧୫ ଜଣ ବାଳିକା, ଦଳ ଛାଡ଼ିବାରୁ ବାଳକ ଓ ବାଳିକା ମାନଙ୍କ ଅନୁପାତ ୨:୧ ହୋଇଗଲା । ସେହି ଦଳରୁ ଆଉ ଥରେ ୪୫ ଜଣ ବାଳକ ଛାଡ଼ି ଦେବାରୁ ବାଳକ ଓ ବାଳିକା ମାନଙ୍କ ଅନୁପାତ ୧:୫ ହୋଇଗଲା । ତେବେ ପ୍ରଥମରୁ ବାଳିକା ମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ଥିଲା ?

ଉ. Let number of Boys is x and number of Girls is y

$$\frac{x}{y-15} = \frac{2}{1} \Rightarrow x = 2y - 30 \Rightarrow x - 2y = -30 \text{ ....(1)}$$

$$\frac{x-45}{y-15} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5x - 225 = y - 15 \Rightarrow 5x - y = 210 \text{ ....(2)}$$

$$\begin{array}{l} 5x - y = 210 \quad or \quad 10x - 2y = 420 \\ \underline{x - 2y = -30} \end{array}$$

$$9x = 450 \Rightarrow x = \frac{450}{9} = 50 \quad and \quad y = \frac{50+30}{2} = 40$$

Hence number of Boys is 50 and number of Girls is 40

10) Find the largest natural number 'n' for which $n^{6072} < 2024^{2024}$

୧୦) ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ପ୍ରାକୃତିକ ସଂଖ୍ୟା 'n' ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା ପାଇଁ $n^{୬୦୭୨} < ୨୦୨୪^{୨୦୨୪}$

ଉ. $n^{6072} < 2024^{2024}$

$(n^3)^{2024} < 2024^{2024}$

$n^3 < 2024$

$12^3 = 1728 \quad and \quad 13^3 = 2197$

So, maximum value of n is 12

11) What digit does each letter represent?

୧୧) ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଗୁଣନରେ ଅକ୍ଷର ଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ ଅଙ୍କକୁ ସୂଚାଏ ?

$$\begin{array}{rcccccc} & A & B & C & D & E & F \\ \times & & & & & & F \\ \hline & G & G & G & G & G & G \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ABCDEF \\ \times \quad\quad F \\ \hline GGGGGG \end{array}$$

ଉ. $F \neq 1, 2, 3, 5 \text{ or } 6$

$If \;\; F = 4 \text{ then } 4 \times 4 = 16 \text{ and } G = 6$

$666666 \div 4 \;\; \text{not possible}$

If F=7, then 7×7=49 and G=9

999999 $\div$7=142857

So, $142857 \times 7 = 999999$

A=1, B=4, C=2, D=8, E=5, F=7 and G=9

12) A cricket ball dashed on to the window pan in the staff room and shattered it. Four probable culprits were called to the school discipline incharge for investigation. The answered as follows

Aryan: Deepak broke it.
Bibhu: Deepak broke it.
Chandan: I didn't do it.
Deepak: Bibhu is lying.
Only one suspected told the truth. Who was the culprit ?

୧୨) ଗୋଟିଏ କ୍ରିକେଟ୍ ବଲ୍ ଷ୍ଟାଫ୍ ରୁମ୍ ଝରକାରେ ଧକା ହେବାରୁ ଝରକା କାଚ ଭାଂଗି ଗଲା । ଚାରି ଜଣ କୁ ସନ୍ଦେହ କରି ପଚରା ଯିବାରୁ ସେମାନେ ନିମ୍ନ ମତେ ଉତ୍ତର ଦେଲେ ।

ଅରୟାନ: ଦିପକ୍ ଭାଂଗିଛି ।
ବିଭୁ: ଦିପକ୍ ଭାଂଗିଛି ।
ଚନ୍ଦନ: ମୁଁ ଭାଂଗି ନାହିଁ ।
ଦିପକ୍: ବିଭୁ ମିଛ କହୁଛି ।
ଯଦି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଜଣେ ସତ କହୁଛି ତେବେ ଅସଲ ଦୋଷୀ କିଏ ?

ଉ. i) Aryan: Accuses Deepak
ii) Bibhu: Accuses Deepak
iii) Chandan: Denies involvement
iv) Deepak: Accuses Bibhu

Now, let's consider the scenario where each person is telling the truth.

If Aryan is telling the truth, then Deepak broke it.
If Bibhu is telling the truth, then Deepak broke it.
If Chandan is telling the truth, then he didn't do it.
If Deepak is telling the truth, then Bibhu broke it.

There is a contradiction because both Aryan and Bibhu accuse Deepak, but for one of them to be telling the Truth, Deepak must be the culprit.

Therefore, Chandan is the only one telling the truth by denying involvement. The actual culprit is Bibhu, as both Aryan and Deepak are lying about his involvement.

13) At what time between 5 and 6 will the hands of a clock be at right angle ?

୧୩) ୫ଟା ରୁ ୬ଟା ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ସମୟରେ ଘଣ୍ଟା କଣ୍ଟା ଓ ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟା ପରସ୍ପର ସହିତ ସମକୋଣ କରିଥାନ୍ତି ?

ଉ. In between 5 and 6 hands of clock will be right angle

$$30\left(\frac{m}{5}-5\right)-\frac{m}{2}=90 \Rightarrow 6m-150-\frac{m}{2}=90$$

$$\frac{11m}{2}=90+150 \Rightarrow 11m=240\times 2=480$$

$$m=\frac{480}{11}=43\frac{3}{11}$$

$$Time = 5:43\frac{3}{11}..........................(1)$$

$$30\left(5-\frac{m}{5}\right)+\frac{m}{2}=90 \Rightarrow 150-6m+\frac{m}{2}=90$$

$$6m-\frac{m}{2}=60 \Rightarrow \frac{11m}{2}=60 \quad \Rightarrow m=\frac{120}{11}=10\frac{10}{11}$$

$$Time=5:10\frac{10}{11}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

14) Divide 127 into 4 parts such that if the 1st part is increased by 18, 2nd part is decreased by 5, 3rd part is multiplied by 6 and 4th part is divided by $2\frac{1}{2}$, then the results are same. Find these 4 numbers.

୧୪) ୧୨୭ କୁ ଏପରି ୪ ଭାଗ କର ଯେପରିକି ଯଦି ପ୍ରଥମ ଭାଗକୁ ୧୮ ବଢେଇ ଦିଆଯାଏ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଗରୁ ୫ କମ୍ କରାଯାଏ, ତୃତୀୟ ଭାଗର ୬ ଗୁଣ ନିଆଯାଏ ଓ ଚତୁର୍ଥ ଭାଗକୁ ୨$\frac{୧}{୨}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯାଏ, ତେବେ ଏମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ହୁଅନ୍ତି । ଏହି ୪ଟି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉ. $a+b+c+d=127$

$$a+18=b-5=6c=\frac{2d}{5}$$

$$b=a+23,\ c=\frac{a+18}{6}\ and\ d=\frac{5a+90}{2}$$

$$a+(a+23)+\left(\frac{a+18}{6}\right)+\left(\frac{5a+90}{2}\right)=127$$

$$\frac{6a+6a+138+a+18+15a+270}{6}=127$$

$$28a+426=762 \quad \Rightarrow 28a=336 \Rightarrow a=\frac{336}{28}=12$$

$$4th\ \ number=\frac{5a+90}{2}=\frac{5\times 12+90}{2}=\frac{60+90}{2}=\frac{150}{2}=75$$

15) In the given table, in which row and in which column the number 2024 appear ?

୧୫) ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦତ୍ତ ଟେବୁଲର କେଉଁ ସ୍ତମ୍ଭ ଓ କେଉଁ ଧାଡ଼ିରେ 2024 ସଂଖ୍ୟାଟି ମିଳିବ ?

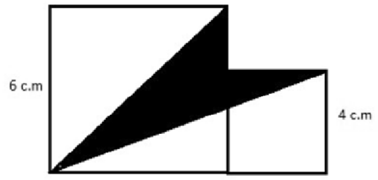
A	B	C	D	E
	8	6	4	2
10	12	14	16	
	24	22	20	18
26	28	30	32	
	---	---	---	---
---	---	---	---	

ଉ. In the column C is the form of 8n-2
2022 is the form of 8n-2 so, 2022 is in column C.
Column A is $8(2n-1)+2$ that means $8(odd)+2=8\times 253+2=2026$
So, 2024 is in column B

A	B	C	D	E
	8	6	4	2
10	12	14	16	
	24	22	20	18
26	28	30	32	
	2024	2022		
2026				

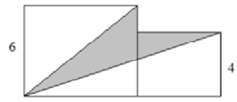
16) Find area of the shaded part in the given figure when lengths of the given 2 squares are given to be 6 cm and 4 cm.

୧୬) ଦତ୍ତଚିତ୍ରରେ ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେତେବେଳେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଦ୍ୱୟର ବାହୁଗୁଡ଼ିକୁ ୬ ସେ.ମି. ଓ ୪ ସେ.ମି. ଅଟେ ।



ଉ. Area of shaded part of the given figure is

$$\left(6^2+4^2\right)-\left\{\left(\frac{1}{2}\times 6\times 6\right)+\left(\frac{1}{2}\times 10\times 4\right)\right\}=(36+16)-(18+20)$$



$$=52-38=14\ cm^2$$

17) Divide 306 balls between A, B, C such that $\frac{1}{4}^{th}$ balls of A= $\frac{3}{8}^{th}$ balls of B= $\frac{5}{12}^{th}$ ball of C.

୧୭) ମୋଟ ୩୦୬ ବଲ୍ ଗୁଡ଼ିକୁ A, B, C ମଧ୍ୟରେ ଏପରି ବଣ୍ଟନ କର ଯେପରି A ର ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟାର ୧/୪ = B ର ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟାର ୩/୮ = C ର ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟାର ୫/୧୨ ହୁଏ ।

ଉ. $A+B+C=306$

$$\frac{A}{4}=\frac{B}{8}=\frac{5C}{12}$$

$$A=\frac{4B}{8}=\frac{B}{2}\quad and\quad C=\frac{12\times B}{5\times 8}=\frac{3B}{10}$$

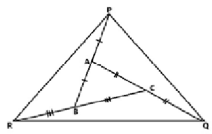
$$\frac{B}{2}+B+\frac{3B}{10}=306$$

$$\frac{5B+10B+3B}{10}=306\ \Rightarrow 18B=306\times 10\ \Rightarrow B=\frac{306\times 10}{18}=170$$

$$A=\frac{170}{2}=85\quad and\quad C=\frac{3\times 170}{10}=51$$

Hence A=85, B=170 and C=51

18) In ΔABC $\overline{BA}$, $\overline{AC}$ and $\overline{CB}$ are produced to P, Q and R respectively such that $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{AC}=\overline{CQ}$ and $\overline{CB}=\overline{BR}$. If area of ΔPQR is 210 sq. cm. Find the area of ΔABC |

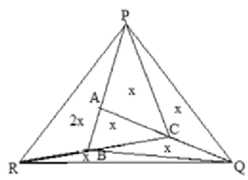


୧୮) ΔABC ରେ $\overline{BA}$, $\overline{AC}$ ଓ $\overline{CB}$ କୁ ଯଥାକ୍ରମେ P, Q ଓ R ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବର୍ଦ୍ଧିତ କରାଯାଇଅଛି । ଯେପରିକି $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{AC}=\overline{CQ}$ ଓ $\overline{CB}=\overline{BR}$ । ଯଦି ΔPQR ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ୨୧୦ ବ.ସେ.ମି. ହୁଏ ତେବେ ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

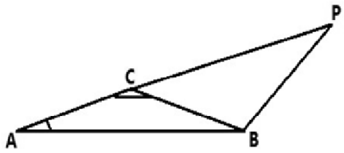
ଉ. Let (ABC) = x, (APC) =x, (PBR)=2x, (BQC)=x, (PQC)=x and (RQB) =x

So, (PQR) = x+x+2x+x+x+x=7x

$$\Rightarrow 7x=210\ \Rightarrow x=\frac{210}{7}=30\ cm^2$$



19) In ΔABC; <A = 40^0, <ACB = 120^0 . AC is produced to P such that AP = AC + 2BC. Find <ABP.



୧୯) ΔABC ରେ <A = ୪୦^0, <ACB = ୧୨୦^0. AC କୁ P ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବର୍ଦ୍ଧିତ କରାଯାଇ ଅଛି ଯେପରିକି AP = AC + 2BC.
<ABP ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉ. $\angle A = 40^0$, $\angle ACB = 120^0$ $\ and\ $ $\angle ABC = 180-(120+40) = 180-160 = 20^0$

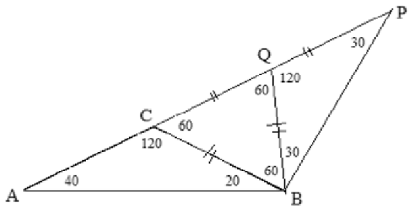
$AP = AC + 2BC\ \ and\ \ BC = CQ = PQ\ \ so,\ \angle BCQ = 60^0$

So, triangle BCQ is equalaterial triangle.

$\angle CBQ = 60^0,\ \ \angle BQP = 120^0\ \ and\ BQ = PQ$

$\angle PBQ = \frac{180-120}{2} = \frac{60}{2} = 30^0$

$So,\ \angle ABP = 20+60+30 = 110^0$



20) If $a = \frac{1}{b+\frac{1}{c+\frac{1}{d+\frac{1}{e}}}} = \frac{361}{305}$ find the value of a+b+c+d+e.

୨୦) ଯଦି $a = \frac{1}{b+\frac{1}{c+\frac{1}{d+\frac{1}{e}}}} = \frac{361}{305}$ ତେବେ a+b+c+d+e ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉ. $$a + \frac{1}{b+\frac{1}{c+\frac{1}{d+\frac{1}{e}}}} = \frac{361}{305}$$

$$\frac{361}{305} = 1\frac{56}{305} = 1 + \frac{56}{305}\ \ so,\ \ a = 1$$

$$\frac{305}{56} = 5\frac{25}{56} = 5 + \frac{25}{56}\ \ so,\ \ b = 5$$

$$\frac{56}{25} = 2\frac{6}{25} = 2 + \frac{6}{25}\ \ so,\ \ c = 2$$

$$\frac{25}{6} = 4\frac{1}{6} = 4 + \frac{1}{6}\ \ so,\ \ d = 4\ \ and\ \ e = 6$$

$$a+b+c+d+e = 1+5+2+4+6 = 18$$

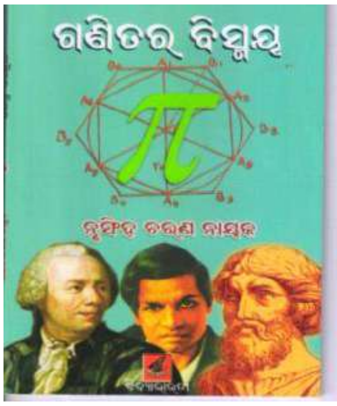
(In this question instead of = sign it will be + sign)

IMA. BBSR. Mob-9437205476/8260258507

ପୁସ୍ତକ ସମୀକ୍ଷା

ଗଣିତର ବିସ୍ମୟ

ସମୀକ୍ଷକ : ଡକ୍ଟର ତ୍ରିଲୋଚନ ବିଶ୍ୱାଳ



ପ୍ରକାଶକ : ବିଦ୍ୟାଭାରତୀ, ସିନେମା ବଜାର,
ମୋତିଗଂଜ, ବାଲେଶ୍ୱର - ୭୫୬୦୦୩
ଲେଖକ : ନୃସିଂହ ଚରଣ ନାୟକ
ପ୍ରଚ୍ଛଦ : ଅପର୍ଣ୍ଣା ଜେନା
ମୁଦ୍ରଣ : ପୃଥ୍ୱୀ ପ୍ରିଣ୍ଟର, ଅଜିମାବାଦ, ବାଲେଶ୍ୱର
ମୂଲ୍ୟ : ଟ.୧୦୦/-

ଶ୍ରୀଯୁକ୍ତ ନୃସିଂହ ଚରଣ ନାୟକ ଜଣେ ଜନପ୍ରିୟ ଗଣିତ ଆଧାରିତ ରଚନାର ଲେଖକ । ତାଙ୍କର ଏହି 'ଗଣିତର ବିସ୍ମୟ' ବହିରେ ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବହୁପ୍ରକାରର କୌତୁକପୂର୍ଣ୍ଣ ଦିଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପରୀକ୍ଷା ନିରୀକ୍ଷା କରାଯାଇ ଉପାଦେୟ ଲେଖାମାନ ସ୍ଥାନିତ ହୋଇଛି । ଲେଖକ ଶ୍ରୀଯୁକ୍ତ ନାୟକ ଜଣେ ପ୍ରଖ୍ୟାତ ଗଣିତ ଓ ବିଜ୍ଞାନ ଶିକ୍ଷକ ଭାବରେ ନିଜକୁ ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ କରି ଅନେକ ସୁନାମ ଅର୍ଜନ କରିଛନ୍ତି । ଏଥିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ବୁଝେଇବା ଭଳି ଏକ ମନମତାଣିଆ ଢଙ୍ଗରେ ସେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିଛନ୍ତି ।

ପୁସ୍ତକରେ ପ୍ରକାଶିତ ଲେଖାମାନ ଚାରିଟି ସୋପାନରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ସେହି ସୋପାନ ଗୁଡିକର ନାମ ହେଲା– ୧) ପ୍ରବନ୍ଧ, ୨) ଗଳ୍ପରେ ଗଣିତ, ୩) ଶ୍ରେଷ୍ଠ ଗଣିତଜ୍ଞ ଏବଂ ୪) ଜଣା ଅଜଣା । ଲେଖାସବୁ ସାଧାରଣ ପାଠକର ପଠନଯୋଗ୍ୟ ପାଠ୍ୟ ସମ୍ଭାର - ପଢିଲେ ମଜା ଲାଗିବ । ଏଥିରେ ସଂଯୋଜିତ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ମଜାଳିଆ କବିତାଟି ପଢିଲେ ଆପଣ ବହିଟି ପ୍ରତି ଆକର୍ଷିତ ହୋଇଯିବେ ।

ଶୂନକୁ ଚିହ୍ନ

ଚକୁଳି, ମଣ୍ଡାପିଠା'ତ ଶୂନ - କାକରା ପିଠା ଶୂନ
ମାଆ ମୁଣ୍ଡର ସିନ୍ଦୂର ଟୋପା - ପୂନେଇ ଜହ୍ନ ଶୂନ ।
ଜଗନ୍ନାଥଙ୍କ ଆଖି'ତ ଶୂନ - ଶୂନରେ ଥାଏ ଶୂନ
ଆଜି ପଢିବା ଲେଖିବା ଶୂନ - '୦ଅ' ହେଉଛି ଶୂନ ॥

ଆସ ! ଏହି ବହିରେ ଥିବା କଉତୁକିଆ ଅଙ୍କ ଓ ଗଳ୍ପ ଆଧାରିତ ଗଣିତଗୁଡିକୁ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ଓ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କର ଗଣିତ ପ୍ରତି ଥିବା ସ୍ୱାଭାବିକ ଭୟକୁ ଦୂରେଇ ଦେବା ।

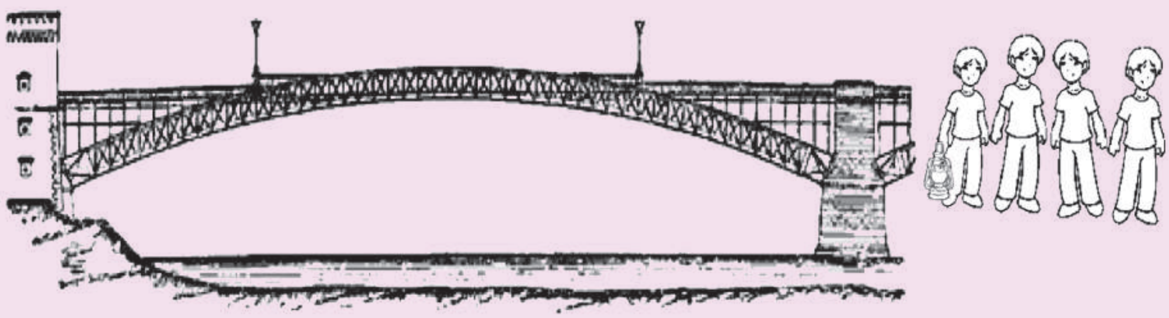
ପାଠକ ପ୍ରଶ୍ନ

ସମାଧାନ ପଠାଇଲେ ପ୍ରକାଶ ପାଇବ ।

ନଈ ସେପାରି : ବାଳକ ଚାରି

କିଟିକିଟି ଅନ୍ଧାର ରାତି । ନଈ ଉପରେ ପୋଲଟିଏ । ମଧୁ, ହରି, ଶିବ ଏବଂ ବଟ ପୋଲଟି ପାରି ହେବାକୁ ଚାହିଁଲେ । ପୋଲଟି ଅଣଓସାର ଏବଂ ପୋଲ ଧାରରେ ବାଡ଼ ନଥିଲା । ତା ଉପରେ ଖୁବ୍ ବେଶିରେ ଦୁଇଜଣ ଯାଇ ପାରିବେ । ଅନ୍ଧାରରେ ଗଲେ ନଈରେ ଖସି ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବନା ଥିଲା । ତାଙ୍କ ପାଖରେ ଲଣ୍ଠନଟିଏ ଥିଲା ।

ପୋଲଟି ପାରି ହେବାକୁ ମଧୁକୁ ୧ ମିନିଟ୍, ହରିକୁ ୨ ମିନିଟ୍, ଶିବକୁ ୫ ମିନିଟ୍ ଏବଂ ବଟକୁ ୧୦ ମିନିଟ୍ ସମୟ ଲାଗେ । ପୋଲର ଦୁଇ ପାଖରେ ଦୁଇଟି ସ୍ୱୟଂକ୍ରିୟ କବାଟ ଥିଲା । ଆଉ ମାତ୍ର ୧୭ ମିନିଟ୍ ପରେ ସେ କବାଟ ଦୁଇଟି ଆପେ ଆପେ ବନ୍ଦ ହୋଇଯିବ । ସେମାନେ ପୋଲଟି ପାରିହୋଇ ପାରିବେ କି ?



ଓଡ଼ିଶା ଗଣିତ ସଂସଦ : ୫୨ ତମ ବାର୍ଷିକ ସମ୍ମିଳନୀ

ଏବଂ ଜାତୀୟ କର୍ମଶାଳା ୨୦୨୪-୨୫

ସ୍ଥାନ : ଗଣିତ ଓ ପ୍ରୟୋଗ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ (IMA)

ଅନ୍ଧାରୁଆ, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ସମୟ : ୨୦୨୫, ଜାନୁଆରୀ ୧୧, ୧୨

ଯୋଗାଯୋଗ: ପ୍ର. ଡ. ଯଶୋବନ୍ତ ଜେନା, ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ

ପ୍ର. ପ୍ରମୋଦ କୁମାର ଦାସ
ସଭାପତି

ଡ. ସବ୍ୟସାଚୀ ପାଣି
ସାଧାରଣ ସମ୍ପାଦକ

PRINTED BOOK

ଅଭିନବ ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ....

୧. ଅଭିନବ ଗଣିତ ବିଚିତ୍ରା ଏକ ତ୍ରୈମାସିକ ଦ୍ୱିଭାଷୀ (Bilingual) ପତ୍ରିକା । ଏହା ସାଧାରଣତଃ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଷ ମାର୍ଚ୍ଚ, ଜୁନ୍ ସେପ୍ଟେମ୍ବର ଓ ଡିସେମ୍ବର ମାସରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୁଏ ।

୨. ପତ୍ରିକାରେ ପ୍ରକାଶନ ନିମିତ୍ତ ଓଡ଼ିଆ କିମ୍ବା English ଲେଖାଗୁଡ଼ିକୁ କାଗଜର ଗୋଟିଏ ପାଖରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବେ ଲେଖି ପଠାଇବାକୁ ଅନୁରୋଧ । ଲେଖା ଉପରେ ଲେଖକଙ୍କର ଫଟୋଟିଏ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

୩. ଲେଖା ଯଥାସମ୍ଭବ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ତଥା ସାଧାରଣ ଗଣିତପ୍ରେମୀ ପାଠକଙ୍କ ପାଠୋପଯୋଗୀ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

୪. ପ୍ରକାଶିତ ନ ହେବା ଲେଖାଗୁଡ଼ିକ ଫେରସ୍ତ ନେବାକୁ ଅନୁରୋଧ ରକ୍ଷା କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

୫. ଲେଖା ପଠାଇବା ତଥା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବିଷୟରେ ଯୋଗାଯୋଗ କରିବାର ଠିକଣା :
ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ, ଏ-୧୦୧, ବିଶାଲ୍ ରେସିଡେନ୍ସି, ଶ୍ରୀରାମ ନଗର, ଓଲ୍ଡ ଟାଉନ୍,
ଭୁବନେଶ୍ୱର-୭୫୧୦୦୨
ଇ-ମେଲ୍ : nilamberbiswal8@gmail.com ମୋବାଇଲ୍ : ୯୯୩୭୯୪୭୬୬୪

୬. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟ ଟ. ୨୦/- ଡାକ ଯୋଗେ ବାର୍ଷିକ ମୂଲ୍ୟ ଟ. ୧୦୦/-
ଦ୍ୱିବାର୍ଷିକ ମୂଲ୍ୟ ଟ. ୨୦୦/- । ଆଜୀବନ ଗ୍ରାହକ ଦେୟ : ଟ. ୧,୦୦୦/-

R S 0 2 0 P

ପ୍ରାପ୍ତେଷୁ

Printed and Published by Sri Nilambar Biswal, on behalf of Orissa Mathmatical Society and Printed at Sarala Printers, Cuttack and Published at OMS, Department of Mathematics, Utkal University, Vanivihar, Bhubaneswar, Editor- **Sri Nilambar Biswal**