Junior Mathematical Olympiad - 2017

28th January, 2018

Answer all questions. Give justification to your answer.

Use of calculator (in any form) is not allowed. (*All questions carry equal marks*)

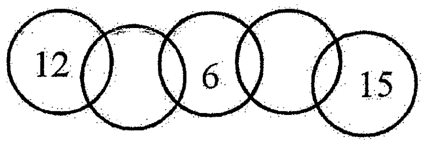
ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ଲେଖ ।

କାଲ୍‌କୁଲେଟରର ବ୍ୟବହାର ନିଷେଧ । (*ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ*)

Time : 3 hours | Full Marks : 100

1. In the given figure a total of 9 regions are formed by 5 circles. Three such regions represented by numbers 12, 6 and 15. Use any other numbers once only for the rest of the regions, so that the sum of the numbers in each circle is 20.

   ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ପାଞ୍ଚୋଟି ବୃତ୍ତ ଦ୍ୱାରା ମୋଟ 9ଟି ଅଂଶ ଗଠନ ହୋଇଛି । ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ତିନୋଟି ଅଂଶ 12, 6 ଏବଂ 15 ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚୀତ ହୋଇଛି । ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ଥରେ ମାତ୍ର ବ୍ୟବହାର କର ଯେପରିକି ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୃତ୍ତରେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 20 ହେବ ।

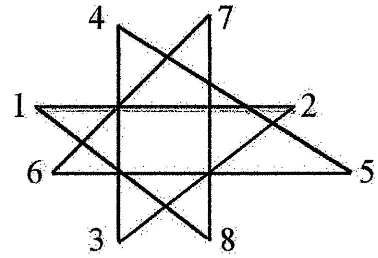


2. Evaluate : $\frac{1}{3 \times 7 \times 11} + \frac{1}{7 \times 11 \times 15} + \frac{1}{11 \times 15 \times 19} + \ldots$ upto 20 terms.

   ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : $\frac{1}{3 \times 7 \times 11} + \frac{1}{7 \times 11 \times 15} + \frac{1}{11 \times 15 \times 19} + \cdots$ 20 ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ।

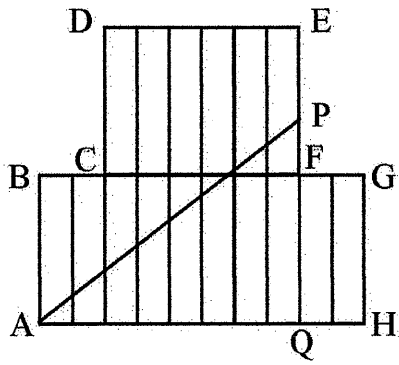
3. In the given figure find the sum of the vertex angles.

   ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରର ଶୀର୍ଷ କୋଣମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



4. In the adjoining figure *ABCDEFGH* is an octagon comprising of 16 congruent rectangles of size 4 x 1 each. *P* is a point on *EF* such that *AP* divides the octagon into two parts of equal areas. Find the length of *AP*.

   ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ *ABCDEFGH* ଗୋଟିଏ ଅଷ୍ଟଭୁଜ ଯାହାକି 4 x 1 ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ 16 ଟି ସର୍ବସମ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ । *P*, *EF* ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଯେପରିକି *AP*, ଅଷ୍ଟଭୁଜକୁ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରେ । *AP*ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



5. Find the largest positive integer n so that n^3+100 is exactly divisible by $n + 10$

ସର୍ବବୃହତ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା n ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରିକି n^3+100, $n + 10$ ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜ୍ୟ ହେବ ।

6. A packet has less than 100 chocolates which when equally distributed to 7, 8 or 9 children 2, 5 and 3 chocolates are left out. What should be the maximum number of children so that the chocolates can be equally distributed among them with no chocolates left out and each of them will get more than one chocolate ?

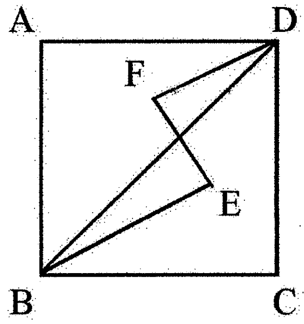
ଗୋଟିଏ ପ୍ୟାକେଟ୍‌ରେ 100 ରୁ କମ୍ ଚକ୍‌ଲେଟ ଅଛି । ସେହି ଚକ୍‌ଲେଟକୁ 7, 8 କିମ୍ବା 9 ଶିଶୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲେ ଯଥାକ୍ରମେ 2, 5 ଓ 3 ଚକ୍‌ଲେଟ ବଳିପଡ଼ିବ । ସବୁଠାରୁ ବେଶୀ କେତେଜଣ ଶିଶୁଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସେହି ଚକ୍‌ଲେଟକୁ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଲେ କୌଣସି ଚକ୍‌ଲେଟ ବଳିବ ନାହିଁ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିଶୁ ଗୋଟିଏରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଚକ୍‌ଲେଟ ପାଇପାରିବେ ?

7. In the mathematics Olympiad Examination small silver stars were awarded to some top distinct scorers. All stars are of same weight. One gets the number of stars which is half the number of the stars with his or her predecesor. The lowest ranker got 1 star and the topper got 850 gm of silver. If one star was kept in the Institute as sample then what weight of silver was used in making all the stars.

ଗଣିତ ଅଲିମ୍ପିଆଡ ପରୀକ୍ଷାରେ ସର୍ବାଧିକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମାର୍କ ରଖିଥିବା କେତେକଙ୍କୁ ରୌପ୍ୟ ପଦକ ଦିଆଗଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ରୌପ୍ୟ ପଦକ ସମାନ ଓଜନ ବିଶିଷ୍ଟ । ଜଣେ ତା'ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ବାଳକ ବା ବାଳିକା ପ୍ରତିଯୋଗୀ ପାଇଥିବା ପଦକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଧା ପାଏ । ସବୁଠାରୁ କମ୍ ର୍ୟାଙ୍କର ଗୋଟିଏ ପଦକ ଏବଂ ସବୁଠାରୁ ଶ୍ରେଷ୍ଠ ପଦକଧାରୀ ୮୫୦ ଗ୍ରାମ୍‌ର ରୌପ୍ୟ ପାଏ । ଯଦି ଗୋଟିଏ ପଦକ ସେହି ଅନୁଷ୍ଠାନରେ ନମୁନା ହିସାବରେ ରଖାଯାଇଥାଏ ତେବେ କେତେ ଓଜନର ରୌପ୍ୟ ସମସ୍ତ ପଦକକୁ ତିଆରି କରିବାକୁ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥିଲା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. In the square $ABCD$; E and F are points on the opposite side of the diagonial BD, $\angle BEF = \angle EFD = 90^\circ$. If $BE = 14$, $EF = 3$ and $FD = 7$ units find the area of the square.

ପ୍ରଦତ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ର $ABCD$ ମଧ୍ୟରେ E ଓ F ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ BD କର୍ଣ୍ଣର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ଯେପରିକି $\angle BEF = \angle EFD = 90^\circ$ । $BE = 14$, $EF = 3$ ଏବଂ $FD = 7$ ଏକକ ହେଲେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



9. Three balls A, B, C are coloured with three different colours such as Red, Green and White. If out of the following statement only one statement is true then what is the colour of each ball ?
(a) A is Red, (b) B is not Red, (c) C is not Green

ତିନୋଟି ବଲ୍ A, B, C ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗ ଯଥା- ଲାଲ, ସବୁଜ ଓ ଧଳା ଦ୍ୱାରା ରଙ୍ଗ କରାଗଲା । ଯଦି ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ବାକ୍ୟ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ବାକ୍ୟ ସତ୍ୟ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବଲ୍‌ର ରଙ୍ଗ କ'ଣ ?
(କ) A ଲାଲ୍ ଅଟେ, (ଖ) B ଲାଲ ନୁହେଁ, (ଗ) C ସବୁଜ ନୁହେଁ ।

10. The sum of the digits of a number 10^n-7 is 3792 then what is the value of n ?

10^n-7 ସଂଖ୍ୟାଟିର ସମସ୍ତ ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 3792 ହେଲେ, n ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

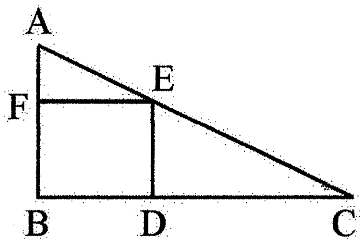
11. In the givin addition, each letter represents a different digit. Which is the missing digit ?

ପ୍ରଦତ୍ତ ଯୋଗକ୍ରିୟାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅକ୍ଷର ଗୋଟିଏ ଭିନ୍ନ ଅଙ୍କକୁ ସୂଚାଏ । ହଜିଯାଇଥିବା ଅଙ୍କଟି କେତେ ?

$$\begin{array}{cccccc} & & A & B & C & D \\ + & & & B & C & D \\ \hline & G & H & I & J & K \end{array}$$

12. In the adjoining figure ABC is a right triangle with $\angle B = 90^\circ$; $BC = 8$ cm, $AB = 4$ cm. $BDEF$ is a square inscribed in it. Find the side of the square.

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ABC ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ, ଯାହାର $\angle B = 90^\circ$; $BC = 8$ ସେ.ମି ଏବଂ $AB = 4$ ସେ.ମି । ଏଥିରେ $BDEF$ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହୋଇଛି । ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



13. Exactly at 6.00 a.m in the morning the masure of angle between the hour hand and the minute hand was 180°. Determine exactly after what time again the measure of angle between the two hands will be 180°.

ସକାଳ ଠିକ୍ 6.00 ଟା ସମୟରେ ଘଣ୍ଟା କଣ୍ଟା ଓ ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟା ମଧ୍ୟରେ କୋଣର ପରିମାଣ 180° ଥିଲା । ପରବର୍ତ୍ତୀ ଠିକ୍ କେତେ ସମୟରେ ପୁନଶ୍ଚ କଣ୍ଟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ କୋଣର ପରିମାଣ 180° ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. 'abc' represents a three digit number where a, b, c are the digits of it and 'bc' also represents a two digit number where b and c are the digits of it. If $abc = (bc)^2$ and $bc = c^2$, then which digits are represented by a, b, c ?

'abc' ଏକ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ଯାହାର ଅଙ୍କ ତିନୋଟି ହେଲେ a, b, c ଏବଂ 'bc' ଏକ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ଯାହାର ଅଙ୍କ ଦୁଇଟି ହେଲେ b ଓ c । ଯଦି $abc = (bc)^2$ ଏବଂ $bc = c^2$ ହୁଏ, ତେବେ a, b ଓ c ଦ୍ୱାରା ସୂଚୀତ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ?

15. Determine the smallest counting number having 36 factors with 6 consecutive factors.

କ୍ରମିକ 6ଟି ଗୁଣନୀୟକ ସହ 36ଟି ଗୁଣନୀୟକ ଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାଟି ସ୍ଥିର କର ?

16. (i) If one purchases 4 lemons for Rs. 3.00 and sells 3 lemons for Rs. 4.00 determine the percentage of profit.

ତିନି ଟଙ୍କାରେ ଚାରୋଟି ଲେମ୍ବୁ କିଣି ଚାରି ଟଙ୍କାରେ ତିନୋଟି କରି ଲେମ୍ବୁ ବିକିଲେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ଲାଭ ହେବ ?

(ii) Find the largest remainder when a two digit number is divided by the sum of its digits.

କେଉଁ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତାହାର ଅଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ ସର୍ବାଧିକ ରହିବ ?

17. Determine the remainder when 7^{2018} is divided by 2017.

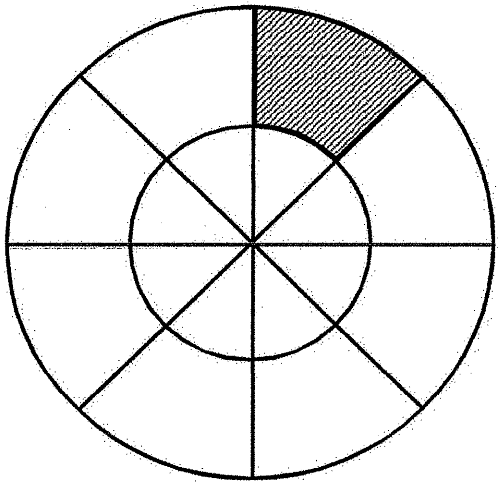
7^{2018} କୁ 2017 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ଭାଗଶେଷ କେତେ ରହିବ ?

18. A piece of paper from an examination answer sheet has been torn. If the number of pages of the rest papers of this answer sheet is 40 then determine the total pages of the answer sheet and the page numbers of the torn piece of paper.

ଏକ ପରୀକ୍ଷା ଉତ୍ତର ଖାତା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କାଗଜଟିଏ ଚିରିଯାଇଛି ଏବଂ ଖାତାର ବାକି କାଗଜଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ପୃଷ୍ଠାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 40 ହେଲେ ଉତ୍ତର ଖାତାର ସମୁଦାୟ ପୃଷ୍ଠା ସଂଖ୍ୟା କେତେ ଏବଂ କେଉଁ ପୃଷ୍ଠା ଥିବା କାଗଜ ଚିରି ଯାଇଛି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

19. In the given figure a circle of radius 28 cm is divided into 8 equal parts. Taking the same centre another circle of radius 14 cm has been drawn. Find the area of the shaded region.

28 ସେ.ମି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକୁ ସମାନ 8 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ସେହି ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରକୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 14 ସେ.ମି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । ଛାୟାଙ୍କିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?



20. The distance between two places A and B along the road joining them is 240 Kms. Two persons P and Q started at the same time from A and B respectively and continued driving their car twords each other. P's speed was double the speed of Q. After meeting each other, they returned to their starting place immediately. But while returning P's speed was half his former speed and Q's speed was double of his former speed. Soon after reaching their starting place they again moved to meet each other. On this occasion, the speed of each of them was equal to their respective first journeys. If the time interval between their first meeting and the second meeting was 5 hours, determine the initial speeds of P and Q.

A ଓ B ସ୍ଥାନ ଦୁଇଟିକୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 240 କି.ମି । P ଓ Q ନାମକ ଦୁଇଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି ନିଜ ନିଜର କାର୍ ଚଳାଇ ଯଥାକ୍ରମେ A ଓ B ସ୍ଥାନରୁ ଏକ ସମୟରେ ଯାତ୍ରା ଆରମ୍ଭ କଲେ ଓ ପରସ୍ପର ଆଡ଼କୁ ଗତି କଲେ । Pର ବେଗ ଥିଲା Qର ବେଗର ଦୁଇଗୁଣ । ପରସ୍ପରକୁ ଭେଟିବା ପରେ ସାଙ୍ଗେ ସାଙ୍ଗେ ନିଜ ନିଜ ଯାତ୍ରା ଆରମ୍ଭ କରିଥିବା ସ୍ଥାନକୁ ଫେରିଗଲେ । ମାତ୍ର ଫେରିବାବେଳେ P ତା'ର ପୂର୍ବ ବେଗର ଅଧା ଓ Q ନିଜର ପୂର୍ବ ବେଗର ଦୁଇଗଣ ବେଗରେ କାର୍ ଚଳାଇଲେ । ନିଜ ନିଜ ବାହାରିବା ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଭେଟିବା ପାଇଁ ବାହାରିଲେ । ଏଥର କିନ୍ତୁ ସେମାନେ ନିଜ ନିଜର ପ୍ରଥମ ବେଗରେ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇଲେ ଓ ପରସ୍ପରକୁ ଭେଟିଲେ । ପ୍ରଥମ ଭେଟ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଭେଟ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 5 ଘଣ୍ଟା ହେଲେ P ଓ Q ପ୍ରଥମେ ଯେଉଁ ବେଗରେ କାର୍ ଚଳାଇଥିଲେ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

❖❖